

**UNIVERSIDADE DE SOROCABA**  
**PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO, PESQUISA, EXTENSÃO E INOVAÇÃO**  
**PROGRAMA DE DOUTORADO EM EDUCAÇÃO**

**Mônica de Oliveira Pinheiro da Silva**

**OS NÚMEROS E O SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL: PRÁTICAS  
PEDAGÓGICAS DE PROFESSORES DO BRASIL E DE PORTUGAL**

Sorocaba/SP

2020

**MÔNICA DE OLIVEIRA PINHEIRO DA SILVA**

**OS NÚMEROS E O SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL: PRÁTICAS  
PEDAGÓGICAS DE PROFESSORES DO BRASIL E DE PORTUGAL**

Tese apresentada à Banca Examinadora do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade de Sorocaba, como exigência parcial para obtenção do título de Doutor em Educação.

Orientadora: Dra. Maria Alzira de Almeida Pimenta

Sorocaba/SP

2020

### Ficha Catalográfica

S581n Silva, Mônica de Oliveira Pinheiro da  
Os números e o sistema de numeração decimal: práticas pedagógicas de professores no Brasil e de Portugal / Mônica de Oliveira Pinheiro da Silva. – 2020.  
203 f.: il.

Orientadora: Profa. Dra. Maria Alzira de Almeida Pimenta  
Tese (Doutorado em Educação) - Universidade de Sorocaba, Sorocaba, SP, 2020.

1. Matemática (Ensino fundamental) – Estudo e ensino. 2. Prática de ensino. 3. Professores de matemática – Brasil. 4. Professores de matemática – Portugal. 5. Sistema decimal. 6. Números. I. Pimenta, Maria Alzira de Almeida, orient. II. Universidade de Sorocaba. III. Título.

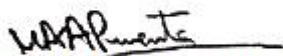
Mônica de Oliveira Pinheiro da Silva

**OS NÚMEROS E OS SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL: PRÁTICAS  
PEDAGÓGICAS DE PROFESSORES DO BRASIL E DE PORTUGAL**

Tese apresentada à Banca Examinadora do  
Programa de Pós-Graduação em Educação da  
Universidade de Sorocaba, como exigência  
parcial para obtenção do título de Doutor em  
Educação.

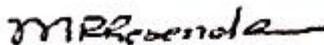
Aprovado em: 09/03 / 2020.

BANCA EXAMINADORA:



---

Profª. Dra. Maria Alzira de Almeida Pimenta  
Universidade de Sorocaba



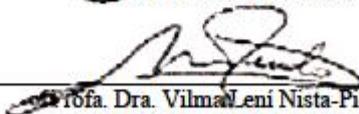
---

Profª. Dra. Marilene Ribeiro Resende  
Universidade de Uberaba



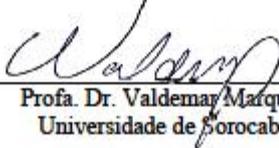
---

Profª. Dra. Maria Ogécia Drigo  
Universidade de Sorocaba



---

Profª. Dra. Vilma Leni Nista-Piccolo  
Universidade de Sorocaba



---

Profª. Dr. Valdemar Marques  
Universidade de Sorocaba

Aos amores da minha vida, Alexandre, Julia e Luiza, que me fazem ser uma mãe completa e uma mulher feliz. Todo o meu esforço foi compartilhado, compreendido e acolhido por vocês em forma de carinho, palavras de apoio, massagem nas costas, abraços demorados e beijos, muitos beijos. Dedico a vocês esta tese. Meu amor por vocês três é infinito.

## AGRADECIMENTOS

A Deus pela vida.

Aos meus pais Nilo e Stella (*in memoriam*) pelo legado em forma de valores e educação. Vocês dois, onde quer que estejam, vibram com esta vitória, afinal, sou cria de vocês, herdei a fibra e o amor pela vida. Cresci com exemplos de hombridade, luta e alegria de viver. Amarei vocês para todo o sempre, até que lhes encontre novamente.

Aos meus irmãos pela admiração e confiança, pelos chazinhos na madrugada e afagos (Paula), pelas rezas, comidinhas, palavras certas na hora certa (Raquel) por me fazerem sorrir e acreditar (Nestor Augusto), por esbanjarem amor por mim.

Aos meus segundos pais, Gustavo e Maria, pelo amor e apoio em todas as horas.

Aos meus primos Nestor e Dina e sobrinhos Gabriel, Loly, Maria Elisa, Letícia, por todo o apoio e compreensão. Também por me amarem de forma alegre e simples.

À professora Dra. Maria Alzira de Almeida Pimenta, por tanto ensinamento. Por ser aquela professora e orientadora de todas as horas, madrugadas, dia amanhecendo, todo o tempo me fazendo crescer e me apontando os caminhos por onde trilhar. Tua postura incansável e justa é um exemplo que levarei comigo.

Ao professor Dr. Floriano Augusto Veiga Viseu pela acolhida em Portugal, por propiciar a pesquisa em Braga, pela sua contribuição nesta pesquisa.

Aos professores da Banca, Dra. Marilene Ribeiro Resende, Dra. Vilma Lení Nista-Piccolo, Dra. Maria Ogécia Drigo, Dr. Waldemar Marques pelas valiosas contribuições, críticas e sugestões que fizeram no exame de qualificação. Mostraram-me que a excelência pode vir também em forma de acolhida.

Ao diretor da Fatec Sorocaba Dr. Luiz Carlos Rosa, ao coordenador Dr. José Luiz Antunes de Almeida, pelo apoio e esforços dispensados a fim de viabilizar o afastamento e a consequente pesquisa em Portugal.

Às “meninas” da Fatec pela admiração e pelos momentos alegres.

À amiga Dra. Lisani Geni Wachholz pela confiança e por abrir as portas de Portugal para mim.

Às professoras participantes da pesquisa, que permitiram minha presença em suas aulas.

Aos alunos por participarem alegremente deste trabalho.

## RESUMO

A pesquisa objetivou compreender aspectos das práticas pedagógicas de alguns professores do 5º e 9º anos do Brasil e 4º e 9º anos de Portugal, a partir de suas abordagens do Sistema de Numeração Decimal (SND). A pergunta norteadora desta pesquisa se configurou em: como os professores brasileiros e portugueses abordam e posteriormente ensinam o SND na educação básica? Esta pesquisa se justificou pelo baixo rendimento apresentado pelos estudantes nos indicadores de qualidade educacional, chegando ao terceiro grau com pouco domínio dos conceitos básicos de matemática, como também com a má formação dos professores, revelando um quadro de desvalorização e desprestígio do professor. O objetivo geral da pesquisa foi compreender aspectos da prática de professores no ensino de números e do SND a partir de suas abordagens relativas ao processo de ensino/aprendizagem de matemática. Objetivou-se também identificar as abordagens das professoras em relação ao SND, a partir de uma avaliação diagnóstica realizada com os estudantes e interpretar as práticas docentes, a partir de indicadores, sinais e indícios levantados a partir das observações, avaliação diagnóstica, entrevista e autoscopia. Foi realizado um estudo de campo, com abordagem qualitativa. Para a coleta de dados, foram utilizadas: observação, entrevista e autoscopia. O método de análise de dados foi o Paradigma Indiciário de Ginzburg. Buscou-se respaldo teórico em Lerner e Sadovsky (1996), Kamii e Declark (1994), Brousseau (1996, 2008), Vergnaud (1994), entre outros. Entre os resultados concluiu-se que as práticas pedagógicas das professoras das séries iniciais se voltam para aspectos do SND de forma efetiva, por ser natural e previsto. Com o avançar dos anos, as práticas pedagógicas deixam de abordar aspectos relacionados aos números, o que faz com que os princípios aditivos e multiplicativos sejam pouco trabalhados, comprometendo a aprendizagem de matemática nos Ensino Médio e Superior. O domínio de conhecimento e a autoridade em sala de aula das professoras observadas em Portugal e no Brasil mostraram-se relevantes, especialmente em Portugal. Estudantes daquele país se mostram mais concentrados em sala de aula, demonstrando maior valorização ao momento da aula. Em ambos os países foi percebida, em sala de aula, uma motivação maior nas séries iniciais para aprender, com certa apatia para as séries finais, em relação aos temas matemáticos. Por fim, em relação às práticas pedagógicas, considera-se a autoscopia uma técnica capaz de promover verdadeiramente a autorreflexão e a reflexão conjunta, na busca da melhoria e aprimoramento, devendo esta consistir em uma prática comum entre as reflexões docentes.

**Palavras-Chave:** Ensino de matemática. Práticas de ensino de matemática. Sistema de Numeração Decimal. Ensino dos números.

## ABSTRACT

The research aimed to understand pedagogical practices aspects of 5<sup>th</sup> and 9<sup>th</sup> grade's teachers of Brazil's educational system and 4<sup>th</sup> and 9<sup>th</sup> grades of Portugal's, about their approaches to the Decimal Numbering System (DNS). The guiding question of this research was configured in: how do Brazilian and Portuguese teachers approach and later teach the DNS in basic education? This research was justified by student low performance in educational quality indicators, reaching to the 3<sup>rd</sup> degree with very low skill on mathematics basic concepts. This is also caused by lack of teachers training and formation, revealing a scenario of devaluation and lack of prestige of teachers. The general research objective was to understand aspects of teachers' practice related to numbers and DNS teaching, taking as a baseline their approaches related to mathematics teaching/learning process. Additionally, this research also aimed to identify teachers' approaches in relation to the DNS, based on a diagnostic evaluation performed with students and interpret teaching practices, based on indicators, signs and indications, raised from the observations, diagnostic evaluation, interview and autoscropy. A field study was developed based on qualitative approach. For data collection, the following tools were used: observation, interview and autoscropy. Data analysis method used was the Ginzburg's Indiciary Paradigm. Theoretical research and foundation was based on author like Lerner and Sadovsky (1996), Kamii and Declark (1994), Brousseau (1996, 2008), Vergnaud (1994), Chevallard (1991) among others. As part of results, it was concluded that pedagogical practices of the initial grades focus on DNS aspects in an effective way, as it is natural and due to its foreseen characteristics. As the years go by, pedagogical practices no longer address number related aspects, causing that additive and multiplicative principles are less studied, compromising learning of mathematics in High School and College Degree students. Knowledge domain and teacher's authority in classroom observed in Portugal and Brazil were relevant, especially in Portugal. There, it was observed student present a higher concentration level during classrooms, valuing more the class moment. In both countries it was noticed a higher motivation for learning during initial grades, while a certain level of apathy was perceived on final series, related to mathematical subjects. Finally, regarding pedagogical practices, autoscropy showed to be an effective technique, capable of truly promoting self and joint reflection, towards teaching / learning process improvement and upgrading, being recommended to be used as best practice among teaching reflections.

**Keywords:** Mathematics teaching. Mathematics teaching practices. Decimal Numbering System. Number teaching.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Sistema de Numeração Egípcio .....	37
Figura 2 - Representação dos números no Sistema Babilônico.....	38
Figura 3 - Representação do número 117 no Sistema Babilônico.....	38
Figura 4 - Sistema de Numeração Maia .....	40
Figura 5 - Representação do número 33 no Sistema Maia .....	41
Figura 6 - Representação numérica Maia .....	42
Figura 7 - Conhecimento do professor .....	61
Figura 8- Relações didáticas em forma de triângulo .....	64
Figura 9 - Interrelações: pano de fundo para análises .....	93
Figura 10 - Multiplicação detalhada em forma de soma .....	104

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Seleção dos trabalhos científicos.....	27
Quadro 2 – Produções sobre SND, concepções, práticas docentes .....	28
Quadro 3 - SND sob a visão discente, aprendizagem e avaliação.....	30
Quadro 4 - SND sob a abordagem bibliográfica e resultados apoiados em testes .....	31
Quadro 5 – Representação de um número em diversos sistemas numéricos .....	44
Quadro 6 - Quantidade de observações .....	78
Quadro 7 - Especificação das Escolas .....	87
Quadro 8 – Perfil das professoras do Brasil selecionadas .....	89
Quadro 9 - Perfil das professoras de Portugal selecionadas .....	89
Quadro 10 - Descritores: Números e Operações .....	95
Quadro 11 - Avaliação diagnóstica 5º ano .....	96
Quadro 12 - Indicadores sobre as práticas pedagógicas a partir das observações de Leontina	98
Quadro 13 - Indicadores obtidos a partir da entrevista com a professora Leontina .....	100
Quadro 14 - Descritores para o 9º ano.....	110
Quadro 15 - Avaliação Diagnóstica 9º ano .....	111
Quadro 16 - Indicadores das práticas pedagógicas de Maria .....	114
Quadro 17 - Indicadores obtidos a partir da entrevista com a professora Maria.....	115
Quadro 18- Aprendizagens Essenciais: números e operações.....	124
Quadro 19 - Avaliação diagnóstica 4.º ano .....	124
Quadro 20 - Indicadores das práticas pedagógicas a partir das observações de Ivete.....	127
Quadro 21 - Indicadores obtidos a partir da entrevista com a professora Ivete .....	129
Quadro 22 - Aprendizagens Essenciais: Números e Operações.....	137
Quadro 23 - Avaliação Diagnóstica 9º ano .....	138
Quadro 24 - Indicadores das práticas pedagógicas de Stella.....	141
Quadro 25 - Indicadores obtidos a partir da entrevista com a professora Stella .....	143

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AE	Aprendizagens essenciais
BDTD	Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CAPPEAD	Comitê de Avaliação de Projetos e Propostas Pedagógicas e Administrativa
CEP	Comitê de Ética e Pesquisa
CNE	Conselho Nacional de Educação
Ideb	Índice de Desenvolvimento da Educação Básica
II <sub>n</sub>	Indicadores sobre as práticas pedagógicas e entrevista com Ivete
IMPA	Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
LI <sub>n</sub>	Indicadores sobre as práticas pedagógicas e entrevista com Leontina
MI <sub>n</sub>	Indicadores sobre as práticas pedagógicas e entrevista com Maria
NTCM	National Council of Teachers of Mathematics
OBMEP	Olimpíadas Brasileiras de Matemática das Escolas Públicas
OCDE	Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico
PISA	Programa Internacional de Avaliação de Estudantes
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
Saeb	Sistema de Avaliação da Educação Básica
SI <sub>n</sub>	Indicadores sobre as práticas pedagógicas e entrevista com Stella
SND	Sistema de Numeração Decimal
TIC	Tecnologia de Informação e Comunicação

## SUMÁRIO

<b>APRESENTAÇÃO .....</b>	<b>15</b>
<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>17</b>
1.1 Uma visão da Educação .....	19
1.2 Momento de encarar o desafio: especificamente o ensino da Matemática .....	19
1.3 Questão de Investigação e Objetivos .....	24
1.4 As produções acerca do tema .....	25
1.5 Análise e discussão dos trabalhos selecionados .....	27
1.5.1 As concepções do professor que atua no Ensino Fundamental .....	28
1.5.2 SND e a aprendizagem do estudante do Ensino Fundamental.....	29
1.5.3 Produções bibliográficas: prova Brasil e Saeb.....	31
1.6 Aspectos a considerar sobre as contribuições das produções analisadas: .....	32
<b>2 O NÚMERO E O SISTEMA DE REPRESENTAÇÃO DECIMAL .....</b>	<b>35</b>
2.1 Onde tudo começou: a contagem .....	35
2.2 Sistemas de Numeração: Egípcios, Babilônicos, Romanos e Maias .....	36
2.3 Sistema de Numeração Decimal.....	42
2.4 O sentido do número.....	45
2.5 Aprendizagem dos conceitos do SND .....	48
<b>3 CONHECIMENTOS PROFISSIONAIS DO PROFESSOR QUE ENSINA MATEMÁTICA .....</b>	<b>56</b>
3.1 Conhecimentos do professor: didático, pedagógico e matemático .....	56
3.1.1 Conhecimento pedagógico .....	57
3.1.2 Conhecimento didático do professor.....	58
3.1.3 Conhecimento matemático do Professor de Matemática .....	59
3.2 O conteúdo matemático: situações didáticas .....	61
3.2.1 Relações didáticas: um triângulo complexo e dinâmico .....	63
3.2.2 Contrato didático, transposição didática e noosfera.....	65
3.3 Avaliação da Aprendizagem .....	70
3.3.1 Avaliação formativa .....	72
<b>4 PROCEDIMENTOS E OPÇÕES METODOLÓGICAS .....</b>	<b>75</b>
4.1 Fundamentos da pesquisa .....	75
4.1.1 Método dialético: procedimento/abordagem.....	76
4.2 Técnicas e Instrumentos de coletas de dados.....	77
4.2.1 Entrevista com as professoras e observação .....	78
4.2.2 Avaliação Diagnóstica: Brasil e Portugal .....	80
4.2.3 Autoscopia .....	81
4.2.4 A intervenção .....	83
4.2.5 Método Indiciário de Gingzburg/análise dos dados.....	85
4.3 Caminhos percorridos e participantes da pesquisa .....	86
4.3.1 As escolas e professoras selecionadas (Brasil) .....	87
4.3.2 Escolas e professoras selecionadas (Portugal) .....	89
4.4 Avaliação diagnóstica: idas e vindas ao processo de validação .....	90
4.4.1 Clarificar .....	90
4.4.2 Integrar .....	91

4.4.3 Definir .....	92
4.4.4 Refletir/teorizar .....	92
<b>4.5 Categorização dos dados.....</b>	<b>93</b>
<b>5 ANÁLISE E INTERPRETAÇÃO DOS DADOS: BRASIL .....</b>	<b>94</b>
<b>5.1 O Quinto ano e a professora Leontina .....</b>	<b>94</b>
5.1.1 Descritores e Avaliação diagnóstica .....	95
5.1.2 Indicadores: percepções emergentes das observações e entrevista .....	98
5.1.3 Os sinais revelados .....	101
5.1.4 Interpretação dos indícios .....	105
5.1.4.1 <i>Indícios de práticas pedagógicas calcadas em uma concepção dialógica .....</i>	<i>106</i>
5.1.4.2 <i>Indícios de práticas pedagógicas focadas no ensino dos números valorizando os pré-requisitos e conceitos prévios.....</i>	<i>108</i>
<b>5.2 Nono ano e a professora Maria.....</b>	<b>109</b>
5.2.1 Descritores e Avaliação diagnóstica .....	109
5.2.2 Indicadores: percepções emergindo das observações e entrevista.....	113
5.2.3 Os sinais revelados .....	115
5.2.4 Interpretação dos indícios .....	117
5.2.4.1 <i>Indícios de práticas pedagógicas calcadas em uma concepção “laissez-faire” .....</i>	<i>118</i>
5.2.4.2 <i>Indícios de práticas pedagógicas conteudistas, desprovidas de rigor .....</i>	<i>120</i>
<b>5.3 Entrelaçando as percepções .....</b>	<b>121</b>
<b>6 ANÁLISES E INTERPRETAÇÃO DOS DADOS: PORTUGAL .....</b>	<b>123</b>
<b>6.1 Quarto ano e a professora Ivete .....</b>	<b>123</b>
6.1.1 Descritores e Avaliação diagnóstica .....	123
6.1.2 Indicadores: percepções emergindo das observações, entrevistas e autoscopia.....	127
6.1.3 Os sinais revelados .....	130
6.1.4 Interpretação dos Indícios.....	132
6.1.4.1 <i>Indícios de uma prática pedagógica focada em valores, numa perspectiva formativa humanista e dialógica .....</i>	<i>133</i>
6.1.4.2 <i>Indícios de uma prática pedagógica que utiliza a linguagem formal e diferentes estratégias.....</i>	<i>135</i>
<b>6.2 Nono ano e a professora Stella.....</b>	<b>136</b>
6.2.1 Descritores e Avaliação diagnóstica .....	137
6.2.2 Aspectos observados na Avaliação Diagnóstica: o que os erros apontam .....	138
6.2.3 Indicadores: percepções emergindo das observações e entrevistas .....	141
6.2.4 Os sinais revelados .....	144
6.2.5 Interpretação dos indícios .....	145
6.2.5.1 <i>Indícios de uma prática pedagógica rígida e pouco dialógica .....</i>	<i>146</i>
6.2.5.2 <i>Indícios de uma prática pedagógica com o uso dos conceitos matemáticos de forma aprofundada, valorizando o conteúdo .....</i>	<i>149</i>
<b>6.3 Entrelaçando as percepções .....</b>	<b>151</b>
<b>6.4 Análise conjunta.....</b>	<b>153</b>
<b>7 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>158</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>170</b>
<b>APÊNDICE A – Conteúdos conceituais e procedimentais: Brasil.....</b>	<b>177</b>

<b>APÊNDICE B – Conteúdos por séries: Portugal.....</b>	<b>179</b>
<b>APÊNDICE C - Conteúdos por séries: Suécia .....</b>	<b>180</b>
<b>APÊNDICE D - Conteúdos no nível primário: Singapura .....</b>	<b>181</b>
<b>APÊNDICE E- Entrevista com as professoras .....</b>	<b>182</b>
<b>APÊNDICE F - Roteiro de observação-estudante 5º ano – Brasil .....</b>	<b>184</b>
<b>APÊNDICE G - Roteiro de observação - Professor - 5º ano – Brasil .....</b>	<b>186</b>
<b>APÊNDICE H - Avaliação diagnóstica no Brasil: 2º ano .....</b>	<b>188</b>
<b>APÊNDICE I - Avaliação diagnóstica no Brasil: 5º ano.....</b>	<b>192</b>
<b>APÊNDICE J - Avaliação diagnóstica no Brasil: 9º ano .....</b>	<b>196</b>
<b>APÊNDICE K - Avaliação diagnóstica em Portugal: 4º ano.....</b>	<b>200</b>
<b>APÊNDICE L - Intervenção no Brasil .....</b>	<b>203</b>
<b>APÊNDICE M - Intervenção em Portugal.....</b>	<b>206</b>
<b>APÊNDICE N - Atividades da intervenção Nunca Dois .....</b>	<b>209</b>
<b>APÊNDICE O - Observação das avaliações diagnósticas 5º ano: Brasil .....</b>	<b>210</b>
<b>APÊNDICE P - Observação das avaliações diagnósticas 4º ano. Portugal.....</b>	<b>211</b>
<b>APÊNDICE Q - Observação das avaliações diagnósticas 9º ano: Brasil .....</b>	<b>212</b>
<b>APÊNDICE R - Observação das avaliações diagnósticas 9º ano: Portugal .....</b>	<b>213</b>
<b>ANEXO A – Parecer consubstanciado do CEP .....</b>	<b>214</b>

## APRESENTAÇÃO

Desde menina já sabia que seria professora de Matemática. Por vontade de ensinar, ajudar alguém a compreender algo; percebia minha facilidade em explicar, esclarecer aos meus colegas algo que os professores ensinavam. Tive como inspiração uma professora na sétima série e cursei Licenciatura em Matemática. Recém-formada, comecei a atuar na docência, em diferentes séries do Ensino Fundamental e Médio. O mestrado foi realizado na área da Educação, com ênfase nas relações de ensino e aprendizagem mediadas pelo Software Cabri Géomètre.

Após o mestrado, engajei-me em um projeto envolvendo trabalhos junto às professoras da Educação Infantil, que desenvolviam atividades sobre Matemática. Nesse período, ministrava aulas para turmas de Pedagogia, em que trabalhava com a disciplina de instrumentalização do Ensino da Matemática. Por vezes, se fazia necessário parar o que havia planejado e ensinar as operações básicas, entre outros conceitos elementares.

Com a chegada dos computadores nas escolas, tive a impressão que, ao agregar esta nova ferramenta às atividades, a eficácia no aprendizado estaria garantida, mas para meu espanto, não foi bem assim. A motivação ia até o ponto em que os estudantes esbarravam nas dificuldades com a Matemática. Percebi que esse novo aliado viria para ficar e, até hoje, utilizo ferramentas gráficas para auxiliar nos tópicos de construção e interpretação gráfica, desde que estivesse muito clara a intenção pedagógica que eu pretendesse alcançar.

Porém, mesmo com o advento da internet, os estudantes tendo acesso a sites, videoaulas, materiais diversos, exercícios resolvidos, ainda percebia a importância que estes atribuíam aos momentos de aula, da minha explanação, do diálogo e das interações que a aula proporciona. Considero a docência uma oportunidade de motivar para o aprendizado, estimulando o estudante, em qualquer nível escolar, a se convencer da importância da Matemática para a sua formação intelectual, pois entendo a exatidão do pensamento lógico como determinante para o exercício criativo, para a resolução de problemas e para o desenvolvimento dos raciocínios indutivos e dedutivos.

Passado algum tempo após o mestrado, estando em sala de aula, senti-me novamente motivada a estudar, aprofundar em uma investigação que servisse ao entendimento de um fenômeno por mim tão vivenciado: a falta de base em Matemática. Esta lacuna que acaba por gerar frustração, insegurança e, por vezes, ocasiona a desistência dos estudantes nos cursos da Educação Superior.

Hoje leciono disciplinas do Ensino Superior como, por exemplo, Cálculo Diferencial e Integral, Geometria Analítica e Cálculo Numérico, vivenciando, junto aos alunos, dificuldades em relação à Matemática básica, relacionadas por exemplo às regras de sinais da adição e multiplicação, regras de potências, produtos notáveis, operações com frações, hierarquia das operações. Essas dificuldades são um sinal de que o cerne do efetivo aprendizado da Matemática está na infância, nas séries iniciais. Minhas experiências levaram ao universo que envolve a formação do professor, a aprendizagem e a abordagem de um campo específico da Matemática: os Números e o Sistema de Numeração Decimal (SND).

Sinto, em minha trajetória docente, a necessidade de buscar melhorias relacionadas à aprendizagem de Matemática, como propriedades dos números naturais, a hierarquia das operações, princípios aditivos e multiplicativos de nosso sistema numérico, operações com números racionais, entre outros. Tais lacunas possivelmente se encontram nas séries iniciais, em que o estudante conhece, descobre e elabora os conceitos fundamentais, para seguir na trajetória estudantil com segurança e garantir o avanço.

Diante dessa constante insatisfação percebida frequentemente nos meus alunos, senti a necessidade de compreender melhor a lacuna que se fazia presente desde as primeiras aulas, referentes aos conceitos mais básicos. Foi pensando no pouco domínio das regras, na base dez, nas operações básicas, das propriedades operatórias, que resolvi olhar para trás e compreender melhor em que momento essa defasagem se inicia. Então, decidi investigar a questão do SND, pois é nesse estágio de aprendizagem que a “conexão” pode se perder, trazendo danos para as séries futuras.

## 1 INTRODUÇÃO

Os indicadores da qualidade educacional utilizados no Brasil, quantitativos e qualitativos, atuam como instrumentos balizadores, apontando se os objetivos de aprendizagem estão sendo atingidos ou se há necessidade de intervenção. Estão contidos no Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb), na forma de exames padronizados (Prova Brasil e o Sistema de Avaliação da Educação Básica-Saeb), com informações sobre rendimento escolar.

Segundo o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, INEP (2015), os números “mostram que o país segue melhorando seu desempenho nos anos iniciais do ensino fundamental, alcançando em 2015, um índice igual a 5,5. A meta proposta foi superada em 0,3 pontos” (INEP, 2015, p. 9). Contudo, as séries finais do Ensino Fundamental não atingiram a média esperada (INEP, 2015, p. 29). Para o Ensino Médio, em linhas gerais, “O avanço é mais lento do que o observado no Ensino Fundamental” (INEP, 2015, p. 49). Considerando os dados apresentados, é visível a lentidão dos avanços com passar das séries. Essa constatação é preocupante, pois à medida que as séries avançam é esperado que a maturidade, aliada aos fatores (positivos) que interferem na aprendizagem como a motivação, as interações sociais, a formação e ação docente, fizesse com que o aproveitamento fosse maior, e conseqüentemente, o desempenho fosse melhor, e não ao contrário, como vem sendo demonstrado. Além desses indicadores, nos meios de comunicação é divulgada uma queda no nível de ensino e aprendizagem de uma maneira geral e, em Matemática, não é diferente.

Há quem justifique o desempenho frágil com base na falta de investimento do governo. De acordo com a reportagem no portal BBC, em 09/2017, “O Brasil é um dos países que menos gastam com estudantes do Ensino Fundamental e Médio”. Segundo a Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), destaca-se, de acordo com a reportagem,

O Brasil gasta anualmente US\$ 3,8mil (R\$ 11,7mil) por estudante do primeiro ciclo do Ensino Fundamental [...]. A cifra representa menos da metade da quantia média desembolsada por ano com cada estudante nessa fase escolar pelos países da OCDE, que é de US\$ 8,7 mil. Luxemburgo, primeiro da lista, gasta US\$ 21,2 mil. (FERNANDES, 2017).

Por outro lado, se os gastos são insuficientes, há iniciativas que promovem e estimulam o aprendizado e aprofundamento de estudos de Matemática. É possível citar, entre

outras<sup>1</sup>, as Olimpíadas Brasileiras de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP). Segundo o Portal da OBMEP, “essa Olimpíada é uma realização do Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada -IMPA- e tem por objetivo estimular o estudo da Matemática e revelar talentos na área” (PORTAL DA MATEMÁTICA OBMEP, 2016).

Tais iniciativas apontam para caminhos, possibilidades de acertos e de movimentação em torno da aprendizagem da Matemática, contrapondo o cenário de lacunas existentes, conforme exames e avaliações acima mencionados. Porém, não são suficientes para sanar os precários cenários de (não) aprendizagem de Matemática.

O Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA), criado pela OCDE, promove uma avaliação educacional em grande escala (OCDE, 2010), possibilitando a verificação de diversas categorias de análise, estando o Brasil abaixo de Portugal em índices como equidade educacional ou na escala de Matemática. Também é possível buscar a comparação entre Brasil e Portugal entre os períodos de 2006 a 2015 (OCDE, 2018). Verifica-se melhor situação de Portugal em relação ao Brasil no desempenho geral. Especificamente em Matemática, Portugal atinge melhores índices, apontando melhoria contínua. Reportagem do jornal *El País*<sup>2</sup>, de 2016, mostrou que a Educação em Portugal era a única da Europa que melhorava a cada ano. Cabe aqui ressaltar que tais avaliações em larga escala comparam os resultados dos estudantes, porém devem ser considerados os diferentes contextos destes países, como as políticas públicas, as condições socioeconômicas, as desigualdades sociais e aspectos como a desvalorização do professor em nosso país, de tal forma que a comparação, mesmo existente, parte de um patamar “desconsiderável” do Brasil em relação aos países Europeus.

Optar por Portugal se justificou pela proximidade histórica e cultural, considerando que o Brasil possui muito de Portugal, tendo claro que este país tem mais tempo de trabalho com ciência, com universidade.

---

<sup>1</sup> No portal *Porvir.org* encontram-se abertas inscrições para diversas categorias de prêmios a professores e gestores escolares. Há iniciativas privadas e governamentais que buscam valorizar e premiar trabalhos desenvolvidos por educadores em escolas públicas e particulares. Dentre tais iniciativas, há o “11º Prêmio Professores do Brasil”, do Ministério da Educação, que busca reconhecer, e premiar trabalhos que contribuem para a melhoria da aprendizagem e que são desenvolvidos em sala de aula por professores de escolas públicas. Há também o prêmio “Respostas para o Amanhã”, uma iniciativa da Samsung, que objetiva difundir e estimular projetos de sustentabilidade desenvolvidos por estudantes do Ensino Médio de escolas públicas das redes municipais, estaduais e federais.

<sup>2</sup> MARTÍN, Javier. Educação de Portugal é a única da Europa que melhora a cada ano. *El País*, Madri, 9 dez. 2016. Disponível em: <https://brasil.elpais.com/brasil/2016/12/08/internacional/1481200752446018.html>. Acesso em: mar. 2019.

## **1.1 Uma visão da Educação**

A educação é um direito de todos, tendo como principal função servir de agente transformador, possibilitando e /ou contribuindo para a formação, o desenvolvimento intelectual, físico e moral do ser humano, como também a função de promover a conservação de valores, do meio ambiente, cultura, resgatando conhecimentos. A “comissão de frente” é formada pelos professores e pedagogos, que, ao compreenderem o caráter nobre e democrático do ato de educar, se dedicam a promover a reflexão e avançar para mudar a realidade em que se vive. A educação compreende o desenvolvimento da autonomia e do senso crítico, sendo muito mais que um processo de instrução ou de transmissão de conhecimento.

O educador Paulo Freire (1994, p. 101), referindo-se ao poder revolucionário da educação e à necessidade de mudanças, reflete: “a educação teria de ser, acima de tudo, uma tentativa constante de mudança de atitude”, situando nossa posição em relação à importância e à responsabilidade do professor nesse contexto.

A educação cumpre seu papel quando prioriza, entre os conteúdos, a capacidade de humanizar, considerando o sujeito que aprende na sua singularidade, sendo esta educação capaz de emancipar, libertar e direcionar o ser humano para o exercício da reflexão e da criticidade.

## **1.2 Momento de encarar o desafio: especificamente o ensino da Matemática**

Aprender Matemática envolve diversas fontes de influência, sendo o ambiente social um fator que contribui para o desenvolvimento da autonomia (KAMII; DECLARK, 1994), como o alcance de níveis de maturidade cognitiva para que sejam possíveis avanços no processo de aprendizagem.

Por outro lado, ensinar Matemática requer um diversificado rol de conhecimentos que vão além da didática, que fazem parte da natureza dos diferentes objetos matemáticos inclusos em cada um dos blocos de conteúdo: espaço e forma, grandezas e medidas, número e operações e tratamento da informação (BRASIL, 1988).

Esta relação entre ensinar e aprender envolve variáveis que necessitam de parâmetros, diretrizes e contornos definidos, para que sejam organizados os conteúdos de acordo com as séries e as idades.

No Brasil, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), compõem o documento normativo máximo da educação brasileira, que tem como principal objetivo a orientação do trabalho do cotidiano de professores e especialistas em educação (BRASIL, 1998). Criados em 1997 e 1998, e para o Ensino Médio em 1999, como parâmetros e diretrizes que servem de base para a educação Brasileira. A partir do final da década de 90 e início de 2000, os PCNs sofreram adequações, principalmente em decorrência do desenvolvimento das tecnologias no país.

Recentemente, foi elaborada a Base Nacional Comum Curricular (BNCC)<sup>3</sup>, “um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais” (BRASIL, 2017, p. 7), a serem trabalhadas nas escolas brasileiras públicas e particulares, estipulando competências a serem desenvolvidas. A tramitação teve início em 2015, contando com a participação de gestores e educadores. No final de 2017, foi aprovado o texto introdutório para a Educação Infantil e Ensino Fundamental. O texto correspondente ao Ensino Médio ainda está em elaboração, sendo a oficialização da BNCC homologada sob a Resolução CNE/CP, nº 4, de 17 de dezembro de 2018<sup>4</sup>.

A BNCC e os PCNs organizam os conteúdos e orientações pedagógicas em eixos de aprendizagem de acordo com o nível escolar, determinando quais são os assuntos relevantes que precisam ser aprendidos pelos alunos de acordo com o nível de escolaridade em que se encontram. A BNCC organiza os conteúdos em relação ao ano escolar, ou seja, para cada ano da vida escolar há uma enumeração de assuntos a serem abordados. Em contrapartida, os PCNs<sup>5</sup> são organizados em ciclos, que correspondem a dois anos escolares da BNCC. Dessa maneira, é necessário que professores, pedagogos, gestores escolares e equipes diretivas acompanhem essas mudanças de forma crítica se adequem às novas diretrizes.

Aliada aos fatores já citados, a didática, a cuidadosa escolha metodológica para determinado assunto, advém do preparo e da formação docente. Nesse contexto, a qualidade da formação do professor interfere significativamente. É necessário também que o professor busque estar em constante formação, acompanhando as tendências e novas abordagens metodológicas, novas tecnologias de informação e comunicação, softwares, plataformas de aprendizagem, etc.

---

<sup>3</sup> BRASIL. Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular**. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2019. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/a-base>. Acesso em: dez. 2019.

<sup>4</sup> BRASIL. Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular**. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2020. Acesso em: março. 2020. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/conselho-nacional-de-educacao/base-nacional-comum-curricular-bncc-etapa-ensino-medio>.

<sup>5</sup> Para o escopo deste trabalho, foram utilizados os PCNs que vigoram até a substituição pela BNCC.

De acordo com a reportagem intitulada “A má formação do professor na crise educacional”<sup>6</sup>, publicada em fevereiro de 2017, há muitas pessoas não formadas nas disciplinas que lecionam em sala de aula. A reportagem aponta para dados extraídos do Censo Escolar 2015: dos cerca de 767 mil professores dos últimos anos do Ensino Fundamental, 54,1% não têm formação na totalidade das disciplinas que ensinam. Para o Ensino Médio, 46,2% dos 495 mil docentes estão na mesma situação. Há ainda, segundo a reportagem, o professor sem formação na disciplina que leciona, compondo 41% do corpo docente no fim do Ensino Fundamental e 32% no Ensino Médio. Outra reportagem intitulada “Má formação dos professores atrapalha a educação brasileira”<sup>7</sup> também traz dados que retratam a situação de despreparo dos docentes. Em 2013, 21,5% dos professores brasileiros que davam aulas nos anos finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano), não haviam cursado o ensino superior. De acordo com o Censo Escolar, dos profissionais atuantes em sala de aula nessa fase de ensino, 35% não fizeram licenciatura, ou seja, não são habilitados para dar aula. Ainda nessa reportagem, Bernadette Gatti, pesquisadora da Fundação Carlos Chagas, afirma que “sem formação adequada os professores têm dificuldades em ensinar seus estudantes apropriadamente”. Tais constatações revelam para a sociedade um quadro de desprestígio e de desvalorização da profissão. O jovem, ciente dessa realidade, sente-se desmotivado se convencendo de que não há estímulo ou vantagens em investir na carreira de professor. Com a má qualidade da formação docente não há como promover o mínimo de avanços e aprendizagens de forma consistente, principalmente na Educação Infantil e no Ensino Fundamental.

Para que as relações de ensino e aprendizagem aconteçam de forma eficaz, se faz necessária a participação ativa do professor. Ponte (2002, p. 16) dimensiona esta situação, ao afirmar que:

Aprender resulta, sobretudo de fazer e de reflectir sobre esse fazer. Requer um investimento cognitivo e afectivo, requer perseverança e vontade de aprender. Criar as condições para que isso aconteça, desafiando os estudantes e diversificando as situações de aprendizagem, é responsabilidade do professor.

---

<sup>6</sup> A MÁ formação do professor na crise educacional. **O Globo**, Rio de Janeiro, 12 fev. 2017. Disponível em: <https://oglobo.globo.com/opiniaio/a-ma-formacao-do-professor-na-crise-educacional-20910560>. Acesso em: mar. 2019.

<sup>7</sup> CAPUCHINHO, Cristiane. Má formação dos professores atrapalha educação brasileira. **UOL**, São Paulo, 23 abr. 2014. Disponível em: <https://educacao.uol.com.br/noticias/2014/04/23/ma-formacao-dos-professoresatrapalha-educacao-brasileira.htm>. Acesso em: mar. 2019.

Como já citado na apresentação deste trabalho, a considerar o teste internacional como o PISA, a situação do Brasil não retrata um cenário favorável. A OCDE estabelece uma média para os níveis de desempenho em Matemática, Letras e Ciências. O Brasil ficou com *score* abaixo da média na edição de 2015<sup>8</sup>. Esses números trazem à tona a realidade que o país enfrenta no setor educacional, com baixo índice em avaliações sistêmicas em níveis mundiais. Diante dessa constatação, se faz oportuno debater e analisar o aprendizado de Matemática de forma específica, buscando um entendimento maior acerca dos processos dentro de sala de aula, considerando professores, estudantes, saber e condições de exercício da docência.

Ao se considerar o preparo profissional do professor, consequência de sua formação, depara-se com aspectos que influenciam diretamente na prática docente. Giraldo (2018) alerta para os desafios do curso de licenciatura em Matemática que afetam a aprendizagem o que o autor trata como “dicotomia”. Tais dicotomias são caracterizadas como: Matemática acadêmica *versus* Matemática escolar, Matemática abstrata *versus* Matemática contextualizada. A exposição naturalizada da Matemática *versus* a exposição problematizada da Matemática é outra dicotomia trazida pelo autor, essa estando mais relacionada às formas de como a Matemática é ensinada. Sabe-se que a Matemática pura é diferente daquela trabalhada nas escolas, pois conforme Giraldo (2018), tal dicotomia poderia não existir se houvesse um entrelaçamento, beneficiando as partes, sem considerar o professor como um mero transmissor de regras e conceitos, nem o considerar como o sujeito que reproduz o tema, sem reflexão. Assim sendo, muitas são as fontes de influência que interferem na prática do professor que ensina Matemática, algumas delas estarão presentes nesta pesquisa, como o conhecimento didático, conhecimento pedagógico e o conhecimento matemático.

A prática do professor de Matemática envolve uma teia de concepções, iniciando com sua formação, suas prioridades, escolhas e motivações. Buscou-se nos PCNs respaldo em relação ao que deve ser considerado em um contexto de aprendizagem:

O currículo do Ensino Fundamental deve ser estruturado de modo a assegurar, ao estudante, a possibilidade de identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta, como também a capacidade de resolver problemas, entre outros objetivos (BRASIL, 1997, p. 36).

Havendo o entendimento de que a aprendizagem de Matemática se dá por relações desenvolvidas pelo estudante, torna-se tarefa do professor das séries iniciais propiciar

---

<sup>8</sup> Ver o quadro 2.

momentos para tal construção, com atividades direcionadas de forma criteriosa e atenta ao tempo de cada um, com intuito de favorecer estabelecimento dessas relações.

Nas séries iniciais é descoberta a Matemática escolar, sendo aos poucos construída e desenvolvida, a partir do que a criança traz consigo. Considerando-se que a leitura e escrita perpassam pela matemática ao escrever numerais, inicia-se o contato com o sistema numérico, que tem como base os princípios aditivos e depois os multiplicativos (VERGNAUD, 2009, 2011).

O SND é o primeiro sistema numérico que a criança tem contato, como também a base de numeração mais utilizada. Sua importância e implicação são grandes e presentes em toda a vida escolar do estudante, também fora da escola.

Acredita-se que um estudo mais aprofundado como este se propõe terá condições de contribuir na reflexão sobre alternativas de mudanças, uma vez que tais propostas serão advindas de observações nesse contexto, que possui déficits e lacunas.

Kamii (1990,1994) preconiza que a construção do número pela criança é um processo individual, íntimo e interiorizado, não podendo, portanto, ser ensinado diretamente sem estímulos. Com a necessidade de compreender o universo que envolve o ensino de Matemática, como também o SND, buscou-se respaldo teórico em autores como Ifrah (1997), Bento de Jesus Caraça (2010), Lerner (1995), Kamii e Declark (1994), Carraher (1997), Carraher e Schliemann (1995), Moro e Soares (2005). Para as situações de aprendizagem, busca-se apoio teórico em Brousseau (1996, 2008), Vergnaud (1994), Chevallard (1991) entre outros, que se dedicaram a investigar as dificuldades no ensino e aprendizagem da aritmética nas séries iniciais, mostrando que a compreensão do número precisa ser construída. Há, portanto, que se estudar com mais afinco e debruçar-se sobre o cenário de aprendizagem do SND, que depende da condução do rico processo de estimulação do pensamento da criança para construir o número.

Procurando entender as relações que os números e sua representação abrangem, bem como considerando os baixos indicadores de aproveitamento escolar, a pesquisa valeu-se de dois países, para a coleta e análise dos dados (Brasil e Portugal), buscando enriquecer os dados e por consequência as análises, uma vez que se acredita que, com duas realidades, em torno de um mesmo tema, proporcionar-se-iam diferentes ângulos e distintos referenciais para o que se pretende investigar.

### 1.3 Questão de Investigação e Objetivos

Buscar outra realidade que pudesse complementar e apresentar diferentes referenciais se tornou o suporte para discussão e análise. A ideia foi trocar saberes: levar um pouco de nossa realidade e trazer de lá o que pudesse servir de referencial para mudanças e de corroborar iniciativas eficazes realizadas no Brasil, não se tratando, no entanto, de uma metodologia comparativa.

A escolha do professor Floriano Augusto Veiga Viseu, do Instituto de Educação e Psicologia da Universidade do Minho deu-se pela afinidade de suas pesquisas com os objetivos deste projeto, uma vez que seus trabalhos se centram nas áreas de formação de professores de Matemática, formação de docentes no Ensino Superior, aprendizagem de Matemática, entre outros temas. A Universidade do Minho constitui-se uma referência de ensino e o professor se dispôs prontamente a colaborar com esta pesquisa.

Essa pesquisa se propõe a contribuir com a melhora na Educação Matemática. A coleta de dados, no Brasil e em Portugal, enriqueceu o processo em virtude do confronto das realidades de cada país, estabelecendo novos parâmetros de acertos e visões acerca dos erros.

Em Portugal, na cidade de Braga, as etapas da pesquisa foram as mesmas até então já realizadas no Brasil, ou seja, contato inicial, observações, avaliação diagnóstica, devolutiva da avaliação, entrevista, autoscopia e intervenção.

Levantou-se a seguinte questão: **como os professores brasileiros e portugueses abordam e posteriormente ensinam o Sistema de Numeração Decimal na Educação Básica?**

Para ser possível uma visão mais abrangente dessa questão da pesquisa, surgiram outras indagações, uma vez que se o foco deste projeto está na relação de ensino-aprendizagem que envolve o SND, procura-se entender também a importância atribuída pelo professor ao conjunto de princípios que embasam o SND.

Como objetivo geral, **compreender aspectos da prática de professores no ensino de Número e SND a partir de suas abordagens relativas ao processo de ensino/aprendizagem de matemática.**

Mais especificamente, este estudo objetivou:

- a) a partir dos resultados de uma Avaliação Diagnóstica, trazendo aspectos dos números e do SND no 4º e 5º anos do primeiro ciclo, no 9º ano do Ensino Fundamental, apresentar às professoras eventuais lacunas e observar as práticas docentes em posse dos resultados;

- b) descrever, a partir da observação, as estratégias utilizadas pelas professoras brasileiras e portuguesas no ensino de SND, em diferentes séries do Ensino Fundamental;
- c) identificar as abordagens dos professores em relação ao SND;
- d) a partir de indicadores, sinais e indícios advindos das observações e dos resultados da Avaliação Diagnóstica, analisar as práticas docentes referentes ao SND.

Considerando-se a pesquisa realizar-se com diferentes séries do Ensino Fundamental, levantou-se a hipótese de que, no avançar das séries, o que permanece nos conteúdos matemáticos são os desdobramentos do SND que, em detrimento da álgebra, vão ficando para trás, sem que sejam feitas conexões entre os temas da série com elementos do SND.

Por fim, esta pesquisa possui sua originalidade, com características distintas do que já se produziu com essa temática, como por exemplos trabalhos de Ivonildes dos Santos Milan (2018), Juliana Pires Silva e Daiana Zanelato Anjos (2017), Raquel Gomes de Oliveira (2017), Danielle Cenci (2017), Evani de Almeida Cardoso (2017), Leila Cunha de Albuquerque (2012), Déborah Cristina Málaga Barreto, Zuleika Aparecida Claro Piassa (2011), entre outros.

Esta pesquisa se justifica, sobretudo, pela necessidade de apurar e entender a forma como vem sendo trabalhado, desde as séries iniciais, um campo específico da Matemática, o SND, e as possíveis lacunas nesse processo. Ora, se os índices apontam para um rendimento e aprendizagem aquém do esperado, se os estudantes de Licenciatura em Matemática e de Pedagogia trazem em sua trajetória lacunas que vão incidir diretamente em sua prática, julga-se necessário um olhar mais acurado, debruçando-se sobre esta questão.

Uma vez que o objeto do presente estudo se relaciona com as práticas docentes dos tópicos relacionados ao SND, inicia-se o aporte teórico pelos aspectos relacionados ao número, o sentido do número e, em seguida, para aspectos relacionados ao professor.

#### **1.4 As produções acerca do tema**

Para conhecer a produção sobre o tema, o problema e o grau de ineditismo desta pesquisa de doutorado, foi realizado um mapeamento das produções disponíveis em bancos de dados com a combinação de palavras-chave.

Lakatos e Marconi (2019, p. 269) salientam para os elementos necessários à elaboração de uma tese, que, entre outros aspectos, “deve conter uma proposição, uma teoria

que a identifique, caracterize e diferencie de outros trabalhos científicos e sua conclusão deve assumir um caráter mais amplo e abrangente”.

A diferenciação de outros trabalhos científicos foi possível com a revisão bibliográfica acerca do que se pretendia investigar. Romanowski e Ens (2006, p. 6) justificam que se conheçam as pesquisas realizadas “por possibilitarem uma visão geral do que vem sendo produzido na área e uma ordenação que permite aos interessados perceberem a evolução das pesquisas na área [...], além de identificar as lacunas ainda existentes”. Dessa forma, esta etapa do trabalho permitiu que se avançasse com uma visão do que tem sido produzido e o cuidado de construir um trabalho com características distintas do que já existe, ainda que vários trabalhos sobre este tema tenham sido publicados.

As palavras chaves ou descritores para realizar a busca foram: *Sistema de Numeração Decimal, Prática Pedagógica, Aprendizagem de Matemática*. Salienta-se que o SND foi o tema chave para as pesquisas publicadas, uma vez que o objeto deste estudo envolve a prática docente do SND. Para a sistematização desta busca, utilizou-se banco de dados como o Catálogo de Teses e o Portal de Periódicos da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), Google Acadêmico, e o Thesaurus Brasileiro da Educação, com a Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos.

Com as fontes acima elencadas, está-se diante de quatro fontes bibliográficas nacionalmente reconhecidas de produções científicas na área que se pretende investigar. Durante o período (2011-2018) são evidenciados o recorte e as fontes escolhidas. De forma mais detalhada, para cada fonte, além dos descritores ou palavras-chaves, utilizou-se o conectivo *and* com o objetivo de cruzar as palavras chaves escolhidas. Tal conectivo se chama operador lógico booleano, que juntamente com *or* e *not*, compõem os operadores booleanos que definem as relações entre os termos de uma pesquisa<sup>9</sup>, permitindo que a pesquisa se torne genérica ou bem limitada.

Feita a primeira seleção dos trabalhos primeiramente por palavras chaves e depois por títulos, foi realizada a leitura dos resumos, reiterando a escolha. O Quadro 1, apresenta as bases de dados, a quantidade de produções encontradas e as escolhidas.

---

<sup>9</sup> A respeito dos operadores booleanos, esclarece-se que: **And** combina os termos da pesquisa para que cada resultado da pesquisa contenha todos os termos. **Or** combina os termos da pesquisa para que cada resultado da pesquisa contenha no mínimo um dos termos. **Not** exclui termos para que cada resultado da pesquisa não contenha nenhum dos termos que o seguem. Fonte: [https://connect.ebsco.com/s/article/Pesquisa-com-Operadores-Booleanos?language=en\\_US](https://connect.ebsco.com/s/article/Pesquisa-com-Operadores-Booleanos?language=en_US). Acesso em: 05 set. de 2019.

Quadro 1 - Seleção dos trabalhos científicos

Base de dados	Encontradas	Escolhidas
Portal de periódicos da Capes	746	6
Google acadêmico	880	10
BDTD	47	8
INEP Thesaurus	550	7
Total de produções	2.223	31

Fonte: Elaboração própria.

A partir dos 31 trabalhos selecionados que abordam as combinações das palavras-chave, “Sistema de Numeração Decimal”, a pesquisa seguiu para a seleção por temas afins, por semelhança e pelo caráter investigativo.

Tondeur *et al.* (2011, apud RAMOS VOSGERAU; ROMANOWSKI, 2014, p. 180) esclarecem a respeito dessa etapa da revisão bibliográfica, ao afirmarem: “as categorizações por agrupamento e por semelhança ocorrem de forma sistemática, permitindo a geração de modelos e esquemas para compreensão e discussão das propostas identificadas”. Dessa forma, das publicações escolhidas, e de acordo com as palavras-chave, definiu-se a seguinte classificação:

- a) trabalhos que investigaram as concepções e percepções e práticas docentes dos professores que ensinam matemática no Ensino Fundamental;
- b) investigações acerca da aprendizagem do SND pelos estudantes do Ensino Fundamental;
- c) revisão bibliográfica, análise curricular ou análise de provas Brasil e Saeb.

Para a seleção, foram eliminadas pesquisas que se referiam às dificuldades de aprendizagem, à utilização das Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs), ao SND dentro do movimento da matemática moderna, ou à utilização de softwares como auxiliares de aprendizagem.

### 1.5 Análise e discussão dos trabalhos selecionados

Foram realizadas a partir das 31 publicações selecionadas, sendo três teses, 10 dissertações e 18 artigos. Os referidos trabalhos estão no Apêndice N, com referência, em ordem alfabética, por autor.

### 1.5.1 As concepções do professor que atua no Ensino Fundamental

O Quadro 2 apresenta as subcategorias subjacentes à abordagem do SND em sala de aula, que foram separadas em: professor, estudante e currículo (diretamente ligados às provas Brasil e Saeb).

Quadro 2 – Produções sobre SND, concepções, práticas docentes

T1	MILAN, Ivonildes dos Santos (2018). O ensino do sistema de numeração decimal nas séries iniciais do Ensino Fundamental: as relações com a aprendizagem do sistema posicional. - Dissertação.
T2	SILVA, Juliana Pires; ANJOS, Daiana Zanelato (2017). Análise das manifestações e influências de um contrato didático em uma aula de correções de exercícios sobre as classes do Sistema de Numeração Decimal. - Artigo.
T3	OLIVEIRA, Raquel Gomes de (2017) Um caso de ensino sobre o sistema de numeração decimal como meio de identificação e formação de saberes de futuros professores de Matemática. - Artigo.
T4	CENCI, Danielle (2017). Sistema de numeração decimal no ciclo de alfabetização: as ações docentes. - Tese
T5	CARDOSO, Evani de Almeida (2017). Concepções epistemológicas subjacentes às falas e prática pedagógica de professores que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. - Tese.
T6	AMARAL, Elenir Honorio do (2015). Sistema de numeração decimal: conhecimentos profissionais e práticas escolares de professores do 2º e 3º ano do 1º ciclo do Ensino Fundamental. - Dissertação.
T7	VIEGAS, Elis Regina dos Santos; SERRA, Hiraldo (2015). Usando algoritmos e ábaco no estudo do sistema de numeração decimal em um curso de Pedagogia. - Artigo.
T8	GINO, Andréa Silva; GOMES, Maria Laura Magalhães (2014). Professoras dos anos iniciais da educação básica: aproximações e afastamentos em relação à Matemática. - Artigo.
T9	LIMA, Silvana Ferreira de (2014). Relações entre professores e materiais curriculares no ensino de números naturais e sistema de numeração decimal. - Dissertação.
T10	SARAIVA, Ana Elizabeth Tourinho (2014). Sistema de avaliação da aprendizagem no Ensino Fundamental II da escola Oga Mitá: um estudo avaliativo. – Dissertação.
T11	BRANDT, Celia Finck; MORETTI, Mércles Thadeu (2013). Algumas considerações sobre o ensino do sistema de numeração: discussão de atividades à luz da conceitualização e representação semiótica. – Artigo.
T12	NOGUEIRA, Clélia Maria Ignatius; SIGNORINI, Marcela Boccoli (2011). Crianças, algoritmos e o sistema de numeração decimal. - Artigo.
T13	BARRETO, Déborah Cristina Málaga. PIASSA, Zuleika Aparecida Claro (2011). Aprendizagem em matemática: reflexões relativas a prática pedagógica visando a superação das dificuldades em matemática apresentadas por alunos da Sala de Apoio à Aprendizagem de 5ª série. - Artigo.
	Total: 13 trabalhos

Fonte: Elaboração própria.

Como se pode ver no quadro 2, há trabalhos que no próprio título já enunciam conhecimento profissional e práticas escolares, não havendo, portanto, em alguns casos, a

separação efetiva entre a concepção, o conhecimento e a prática. Os trabalhos também apresentam aspectos que não foram discriminados, como o conhecimento didático e matemático do professor, que se entende estarem relacionados às suas concepções, advindos da formação desse professor que ensina matemática.

Os temas, pertencentes à grande área, que é o SND, apresentam cenários de necessidade de melhorias, como T2<sup>10</sup>, T6. Seja na forma de ensinar, seja da necessidade de sair do que se considera tradicional, T12, T13 para ir-se em busca de novas e diferentes estratégias, T4, T7, T8, T9. Os trabalhos estão, obviamente, embasados em teorias, seja no campo da didática da matemática, ou nas relações didáticas, mais especificamente no contrato didático T1, T2.

Há também trabalhos, como T3 e T8, apontando as dificuldades enfrentadas pelos professores, que necessitariam sair da superficialidade (como é o caso da posicionalidade do SND).

Em relação às concepções epistemológicas dos professores, há trabalhos tais como T4, T5, T9, T10, T11, que trazem a questão da necessidade de um maior aprofundamento e aportes teóricos mais específicos da epistemologia do objeto a serem trabalhados, no caso, os números.

Apoiados em teorias e concepções Piagetianas, há trabalhos como T4 e T5, que alertam para a ineficiência da prática de professores de trabalharem com conceitos de números, de forma repetitiva, T12, sem que tenha a percepção do estágio do desenvolvimento cognitivo em que a criança se encontra; outro aspecto levantado chama atenção para o fato de “nem sempre” o uso de jogos garantem o aprendizado, pois a estimulação inadequada para as atividades de jogos e matérias concretos, em nada garantem avanços. O uso de recursos deve ser efetivo, porém, devem ser embasados por objetivos e justifiquem seu uso.

### 1.5.2 SND e a aprendizagem do estudante do Ensino Fundamental

No Quadro 3, são elencados trabalhos que tratam do SND sob a ótica de quem aprende, com duas subcategorias: aprendizagem e avaliação.

---

<sup>10</sup> Os trabalhos serão mencionados de acordo com a numeração na tabela e não pelo seu título.

Quadro 3 - SND sob a visão discente, aprendizagem e avaliação

T14	TRANCANELLA, Aline Tafarelo (2018). O sistema de numeração decimal: um estudo sobre o valor posicional. - Dissertação.
T15	BERTI, Nívia Martins; CARVALHO, Marco Antonio Batista Carvalho (Acesso em 2017). Erro e estratégias do aluno na matemática: contribuições para o processo avaliativo. - Trabalho de apresentação para aperfeiçoamento em PDE.
T16	BERTI, Nívia Martins; CARVALHO, Marco Antonio Batista (Acesso em 2017). O sistema de numeração decimal e a construção deste conhecimento pelos alunos da 5ª série. - Artigo.
T17	SILVA, João Alberto da; CENCI, Danielle; BECK, Vinícius Carvalho (2015). Estratégias e procedimentos de crianças do ciclo de alfabetização diante de situações-problema que envolvem as ideias de número e sistema de numeração decimal. - Artigo.
T18	MOURA, Graziella Ribeiro Soares; MATTOS, Antonio Celso de Mattos (2014). Conhecimento matemático dos estudantes dos ensinos fundamental e médio: análise do contexto de ensino e aprendizagem em frações, decimais e porcentagem. – Artigo.
T19	SILVA, Thais Coelho do Nascimento (2014). Um estudo de conceitos do sistema de numeração decimal por alunos do 4º ano do Ensino Fundamental mediante o uso de jogos. - Dissertação.
T20	SANTOS, Anderson Flávio dos (2014). Sistemas de Numeração posicionais e não posicionais. - Dissertação.
T21	SILVA, Renato Carneiro da (2013). Sistema de numeração decimal: saberes docentes e conhecimentos discentes do 3º ano do Ensino Fundamental. – Dissertação.
T22	EBERHARDT, Ilva Fátima Neves; COUTINHO, Carina V. Scheneider (2011). Dificuldades de aprendizagem em matemática nas séries iniciais: diagnóstico e intervenções. – Artigo.
T23	ALBUQUERQUE, Leila Cunha de (2012). Avaliação da aprendizagem: concepções e práticas do professor de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental. – Dissertação.
	Total: Dez trabalhos

Fonte: Elaboração própria.

Nesse conjunto de trabalhos, os autores salientam aspectos considerados comuns de sala de aula que merecem atenção dos professores, como é o caso dos registros numéricos dos estudantes, no T20, pois o registro numérico revela a não compreensão das propriedades do SND, como abordado no T16, sendo necessárias outras estratégias para que o professor perceba se está havendo (ou não) aprendizagem com o repensar dos processos avaliativos, conforme o T23.

Pesquisas T16 e T19 apontaram que existe defasagem dos estudantes das séries finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio em relação ao número, mais especificamente em relação a dois aspectos: a compreensão do zero, no T15, e a estrutura do SND, no T18 e T22, sendo necessário que sejam revistos os processos pedagógicos. Uma questão abordada, no T17, foi o tratamento dados aos erros, encontrados nas produções dos estudantes, considerados caminhos para a condução e reestruturação da ação docente.

Por fim, as pesquisas revelam ainda a necessidade de um trabalho com diferentes representações do SND, no T21 e T22, como a utilização do material dourado<sup>11</sup>, como o T23, mas de forma eficaz e realmente exploratória, propondo situações problema, nas quais o estudante se veja em impasses, e terá que fazer uso das propriedades do SND para solucioná-las.

A seguir elencam-se os trabalhos com base em revisões de literatura, e com trabalhos focados em análise de rendimento em provas de Sistema de Avaliação de Educação básica.

### 1.5.3 Produções bibliográficas: prova Brasil e Saeb

Quadro 4 - SND sob a abordagem bibliográfica e resultados apoiados em testes

T24	PAIVA, Adriana Borges (2018). A história da matemática no ensino e na aprendizagem do sistema de numeração decimal. - Artigo.
T25	BARBOSA, Jozeildo Kleberson (2014). Um estudo sobre o SND na Matriz de avaliação da Prova Brasil de Matemática. - Artigo.
T26	LEITE, Claudécio Gonçalves (2014). A construção histórica dos sistemas de numeração como recurso didático para o Ensino Fundamental. - Dissertação.
T27	CURI, Edda; PLAZA, Eliane Matheus (2013). Sistema de Numeração Decimal: saberes revelados por alunos do 5º ano. -Artigo.
T28	BRANDT, Celia Finck; MORETTI, Mércles Thadeu (2013). Algumas considerações sobre o ensino do sistema de numeração: discussão de atividades à luz da conceitualização e representação semiótica. - Artigo.
T29	VECE, Janaina Pinheiro; SILVA, Simone Dias; CURI, Edda (2013). Desatando os nós do sistema de numeração decimal: investigações sobre o processo de aprendizagem dos alunos do 5º ano do Ensino Fundamental a partir de questões do SAEB/Prova Brasil. – Artigo.
T30	CURI, Edda; SANTOS, Cintia Aparecida Bento; RABELO, Marcia Helena Marques (2013). Procedimentos de resolução de alunos de 5º ano revelados em itens do Saeb com relação ao Sistema de Numeração Decimal. - Artigo.
T31	RODRIGUES, Sônia das Dores; GUASSI, Adriana Regina; CIASCA, Sylvia Maria (2011). Avaliação do desempenho em matemática de crianças do 5º ano do Ensino Fundamental. Estudo preliminar por meio do teste de habilidade matemática. – Artigo.
	Total: Oito trabalhos

Fonte: Elaboração própria.

O entendimento dos aspectos que compõem o universo do SND, fez com que esta revisão bibliográfica buscasse pesquisas de cunho teórico, com perspectiva histórica, como é o caso do T24, a respeito da evolução dos números, uma vez que utilizar a história dos sistemas de numeração, a exemplo do T26, é criar momentos diferenciados para que o

<sup>11</sup> O material dourado, criado por Maria Montessori, educadora italiana, é composto de peças de madeira (podendo ser adaptados e feitos de outro material), contendo cubo (1 milhar), placa (1 centena), barra (1 dezena) e cubinho (unidade). Este material é utilizado como ferramenta para explorar as regras do SND, operações e múltiplos. Utilizado também para trabalhar-se com as trocas (a cada dez unidades, troca-se por uma dezena, e assim por diante).

estudante vivencie diversas situações na construção dos números. Assim sendo, os trabalhos que compuseram esta categoria alertam para a importância de, ao introduzir o conceito de números, apresentá-los também sob o aspecto evolutivo da contagem, com dinamismo procurando instigar e motivar, como o T30. Desdobramentos do SND estão sendo cobrados em provas de avaliação nacional, conforme o T25, demonstrando sua importância e como fator determinante para o alicerce da aprendizagem dos números.

As pesquisas que se embasaram nos resultados de testes nacionais, apontaram que o SND apresenta características próprias, nem sempre aprendidas pelos estudantes do Ensino Fundamental. Outra questão apontada é que o ensino do SND se configura num “problema didático”, que merece atenção em situações de ensino e em pesquisas destinadas ao ensino e aprendizagem deste tema.

#### **1.6 Aspectos a considerar sobre as contribuições das produções analisadas:**

- a) Necessidade de o professor compreender os estágios de maturação cognitiva do estudante, para decidir se deve avançar ou permanecer no tema. Para essa percepção acontecer, o professor tem que compreender as teorias de aprendizagem que sustentam tais hipóteses;
- b) os registros numéricos que as crianças utilizam não revelam a compreensão das propriedades do SND; é necessário, portanto, oportunizar diferentes formas de manifestação por parte das crianças, para que o professor avalie o nível de compreensão dos estudantes;
- c) estudantes que apresentam relativo domínio sobre as habilidades envolvidas, demonstram dificuldades para enfrentar situações diferentes ao contexto escolar. É necessário que o professor possua pleno domínio do tema, para então elaborar situações diferenciadas que promovam aprendizagens;
- d) o pouco domínio de tópicos do SND apresentado pelos estudantes está diretamente ligado às práticas docentes, que devem ultrapassar o modelo convencional de “casinhas” para unidade, dezena, centena, indo além dessa abordagem. Faz-se necessário trabalhar a posicionalidade e enfatizar os “nós” das dezenas, centenas (LERNER; SADOVSKY, 1996);
- e) professores demonstram conhecimento superficial dos princípios aditivos e multiplicativos do SND e da abordagem em relação ao zero. O zero é mal compreendido, quando ocupa lugares em diferentes classes e ordens;

- f) o SND possui características próprias e peculiares, nem sempre incorporadas pelos estudantes do Ensino Fundamental. O rigor necessário ao abordar o SND, com suas regularidades e especificidades, se dá pelas mãos do professor, que o conduz de forma gradativa e sequencial;
- g) os aspectos históricos do SND devem ser considerados e conhecidos pelo professor, que os traz para seu processo de ensino, atribuindo uma visão maior, histórica e evolutiva do sistema. Abordar aspectos da evolução do número, como este foi inventado e da contagem, enriquece o conhecimento acerca do número e demonstra o quanto se desenvolveu até que se chegasse ao que hoje se chama indo-arábico.

Salienta-se ainda que um ponto que chamou a atenção nas pesquisas foi a “pressa” do professor. Muitas vezes esta pressa é motivada pelo pouco tempo destinado à abordagem dos temas, em detrimento de um planejamento que se julga um tanto engessado, com pouca margem para “calibragem” de termos de adequação do tempo. Os autores apontam ainda a ênfase que se dá nas operações, sem, no entanto, ter trabalhado de forma exaustiva (ou pelo menos satisfatória) a construção numérica e operatória, bem como os registros numéricos.

Cumprir observar que boa parte dos trabalhos trouxe à tona, através das diversas abordagens e diversos métodos de pesquisa, lacunas em processos de ensino e aprendizagem, que perpassam a formação do professor. Está claro que a formação docente não foi o escopo dessa busca, mas chamou a atenção para a formação do professor que ensina matemática, que interfere diretamente no processo de ensino-aprendizagem.

Diante desta realidade, faz-se necessário um trabalho contínuo ao longo das séries do Ensino Fundamental, permitindo, dessa forma, que sejam ampliados conhecimentos acerca do sistema numérico, reforçando a função do zero, como este é considerado em diferentes posições dentro de um mesmo número.

A reflexão que finaliza esta etapa desta pesquisa é: que contribuição esta tese pode trazer para a academia? Não há resposta pronta, mas há caminhos a trilhar que se justificam pela iniciativa em realizar um estudo acerca do SND de forma diferenciada das demais, que é analisar a prática pedagógica do ensino do SND, à luz da teoria de Guy Brousseau.

Além do viés teórico, a originalidade vem de se ter uma abordagem qualitativa, utilizar como método de procedimento o método dialético, e o paradigma indiciário de Carlo Ginzburg como método de análise dos dados. Ainda, considera-se fazer parte do caráter original desta pesquisa, a aplicação de técnicas diferenciadas de coleta de dados: entrevista, observação, autoscopia e avaliação diagnóstica junto aos estudantes.

A tese está organizada em sete capítulos. Nesse primeiro capítulo, ***Introdução*** foram contextualizados a pesquisa, a problematização, objetivos e a justificativa desse estudo, apresentando produções já realizadas.

No segundo capítulo, intitulado ***O Número***, apresenta-se o surgimento de alguns sistemas numéricos, iniciando-se com a evolução dos diferentes sistemas de numeração; sendo abordado o sentido do número bem como as especificidades de se ensinar números e operações.

No terceiro capítulo, ***Conhecimento e Conteúdo Matemático***, são apresentados os aspectos relacionados ao conhecimento do professor: conhecimento didático, pedagógico e matemático e as principais fontes de influência, as teorias das situações didáticas, finalizando com o instrumento avaliativo em diferentes dimensões.

Para o quarto capítulo, apresentam-se as ***Opções Metodológicas e Estratégias de Pesquisa***, desde a coleta de dados até os procedimentos para a análise, explicitando as direções tomadas ao longo da mesma.

No quinto e sextos capítulos, ***Análise e Interpretação dos Dados***, são apresentadas as análises de cada uma das categorias descritas na coleta de dados, com interpretações bem como algumas considerações preliminares.

As ***Considerações Finais*** trazem uma síntese no sentido relativo ao problema de pesquisa apresentado, sendo construídas análises e considerações acerca dos aspectos pesquisados, vivenciado, explorado, traçando um paralelo das vivências oportunizadas nessa pesquisa com o quadro teórico utilizado.

## 2 O NÚMERO E O SISTEMA DE REPRESENTAÇÃO DECIMAL

A aprendizagem do SND pode ser construída a partir de atividades de contagem, ordenação e de cálculos. Contar é a origem da numeração.

O presente capítulo inicia-se com a abordagem do número, como veio sendo construído, sua evolução, sua representação na Antiguidade em diferentes povos, até a utilização atual. Em seguida, a ênfase se volta para o sentido do número e sua aprendizagem. Finaliza-se com as práticas de ensino do SND.

### 2.1 Onde tudo começou: a contagem

Apontamentos arqueológicos mostram que a evolução do homem foi impulsionada pela necessidade de sobrevivência, com o uso do fogo, da roda. O agrupamento dos povos em tribos demandava a decisão sobre quanto pescar ou caçar, estabelecendo relações entre a quantidade de pessoas com os alimentos a serem trazidos para aquela comunidade. Com essa necessidade de organizar coleções de objetos e utensílios, os homens iniciaram a relacionar os objetos com pedrinhas, ou registravam quantidades fazendo marcas em um bastão ou em pedaço de ossos, estabelecendo assim uma correspondência ao atribuir a cada registro ou pedrinha, à quantidade que possuía. Essa correspondência biunívoca dava-lhe condição de ter controle sobre pequenas quantidades.

O convívio social dos povos primitivos, na sua maioria, nômades, conduzia a realizarem trocas de alimentos, utensílios, ferramentas. Para Caraça (2010, p. 4), “o maior ou menor conhecimento dos números está ligado com as condições de vida econômica desses povos”. Tal afirmação faz refletir sobre a presença da noção primitiva de número, relacionado à condição de vida econômica, ou seja, quanto mais ativas as trocas comerciais dentro e fora da tribo, mais amplo é o conhecimento requerido acerca dos números. Caraça (2010) considera que sendo um povo primitivo, sua vida social é pouco desenvolvida e, portanto, para os problemas que “lhes põem”, bastam os números naturais. No entanto, o autor adverte que “é só quando o nível da civilização vai se elevando, [...] que aparecem novos problemas - determinações de comprimentos, áreas, etc.- os quais exigem a introdução de novos números” (CARAÇA, 2010, p. 5). Dessa maneira, é sensato considerar que a evolução dos povos está atrelada à necessidade de aprimoramento, à criação de sistemas de contagem de objetos e da geometria e ao uso dos recursos naturais. Nessa linha de pensamento, Caraça (2010, p. 9)

afirma que “a extensão do seu conhecimento depende do grau de civilização e da intensidade da vida social do homem”.

A quantidade de dedos das mãos teve influência no sistema de base utilizado para a contagem, motivo pelo qual o sistema mais utilizado é o SND. Segundo Boyer (1974), os cinco dedos de uma mão poderiam facilmente indicar um conjunto de duas ou três, quatro e até cinco quantidades. Dessa forma, combinando as duas mãos, poderiam ser representadas coleções, conjuntos de até dez elementos. Ao se referir sobre o homem primitivo usar agrupamentos de cinco, Boyer (1974, p. 2), afirma: “ele frequentemente amontoava as pedras em grupos de cinco, pois os quíntuplos lhe eram familiares por observação de mão e pé humanos”. Nesse contexto, traduz-se a estreita relação das formas de contagem com quantidade de dedos, corroborando a conclusão, através de descobertas arqueológicas, de que a ideia de número é muito mais antiga que processos tecnológicos como o uso de metais ou de veículo com rodas (BOYER, 1974). As evoluções dos diferentes sistemas de numeração ocorreram lentamente, algumas vezes incorporando outras culturas dentro de sua composição. De uma forma ou de outra, a necessidade de organização e controle sobre os tipos e quantidades de objetos ou utensílios desencadeou a evolução da contagem e associação dos elementos, que se constituem em aspectos importantes da Matemática.

Apresentam-se a seguir os principais sistemas de numeração conhecidos, analisando suas principais características e curiosidades.

## **2.2 Sistemas de Numeração: Egípcios, Babilônicos, Romanos e Maias**

A evolução das formas de contagem e utilização de símbolos para representar os algarismos e sua relação com os objetos e coisas se deram em vários locais, de diferentes formas e em diferentes épocas. Diferentes povos desenvolveram sistemas de numeração, os quais foram se constituindo e se estruturando de diversas maneiras, com algumas características em comum.

O que utilizamos hoje é o resultado de séculos de evolução e de aprimoramentos do sistema de contagem. Um conjunto de símbolos, uma base e um conjunto de regras para a utilização destes símbolos, constituem um sistema de numeração.

No Antigo Egito, as informações mais remotas foram registradas em papiro. Os egípcios desenvolveram um sistema de numeração de base dez e adotavam símbolos para representar as primeiras potências de dez. Com isso, interpretavam determinada quantidade por meio do símbolo a que ela estava relacionada, mas não possuíam símbolo para o zero. Os

números de 1 a 9 eram representados por um número respectivo de traços verticais e símbolos individuais eram usados para as potências sucessivas de 10 até 1.000.000, conforme ilustrados abaixo.

Figura 1 - Sistema de Numeração Egípcio

Símbolo egípcio	descrição	nosso número
	bastão	1
∩	calcanhar	10
?	rolo de corda	100
⊗	flor de lótus	1000
☞	dedo apontando	10000
🐟	peixe	100000
♁	homem	1000000

Fonte: MIRANDA (2019).

Com essa forma de representação, o número 123 ficaria: ? ∩ ∩ | | |

A colocação das figuras não seguia uma ordem, indicando que o sistema de numeração egípcio não era posicional, não importava a posição do símbolo na escrita, mas sim o valor de cada símbolo. Porém, era aditivo, ou seja, era praticada a soma, adicionando o valor de cada símbolo. No exemplo  $100+10+10+1+1+1$ , caso fosse necessário, se substituíam dez símbolos de cada determinada potência de dez, por apenas um símbolo da potência de dez, imediatamente superior.

Os babilônicos viviam na Mesopotâmia, nos vales do Rio Tigre e Eufrates, na Ásia Menor. Os textos mais antigos revelam já uma grande habilidade para calcular. Estes textos contêm tábuas de multiplicação nas quais um sistema sexagesimal se sobrepõe a um sistema decimal. Enquanto os egípcios indicavam cada unidade mais elevada através de um novo símbolo, os babilônicos usavam o mesmo símbolo, mas indicavam o seu valor pela sua posição, ou seja, era um sistema posicional.

Segundo Ifrah (1997), a divisão das 24 horas, uma hora em 60 minutos e os minutos em 60 segundos, é uma herança dos babilônicos. O sistema babilônico utiliza a base 60 para a formação de seus numerais. Observa-se que esta grandeza (60) era facilmente divisível em metade, terços, quartos, quintos, sextos, décimos, doze avos, quinze avos, vigésimos, trigésimos.

Conforme Borges e Bonfim (2012), quando o número era maior que 60, seria necessária a mudança da posição dos símbolos. Tais símbolos tinham a forma de cunha e por isso receberam o nome de caracteres cuneiformes. De acordo com a Figura 2, os símbolos utilizados para representar as quantidades eram:

Figura 2 - Representação dos números no Sistema Babilônico

1	∟	11	∟ ∟	21	∟ ∟ ∟	31	∟ ∟ ∟ ∟	41	∟ ∟ ∟ ∟ ∟	51	∟ ∟ ∟ ∟ ∟ ∟
2	∟∟	12	∟ ∟∟	22	∟ ∟∟	32	∟ ∟∟ ∟	42	∟ ∟∟ ∟∟	52	∟ ∟∟ ∟∟ ∟
3	∟∟∟	13	∟ ∟∟∟	23	∟ ∟∟∟	33	∟ ∟∟∟ ∟	43	∟ ∟∟∟ ∟∟	53	∟ ∟∟∟ ∟∟ ∟
4	∟∟∟∟	14	∟ ∟∟∟∟	24	∟ ∟∟∟∟	34	∟ ∟∟∟∟ ∟	44	∟ ∟∟∟∟ ∟∟	54	∟ ∟∟∟∟ ∟∟ ∟
5	∟∟∟∟∟	15	∟ ∟∟∟∟∟	25	∟ ∟∟∟∟∟	35	∟ ∟∟∟∟∟ ∟	45	∟ ∟∟∟∟∟ ∟∟	55	∟ ∟∟∟∟∟ ∟∟ ∟
6	∟∟∟∟∟∟	16	∟ ∟∟∟∟∟∟	26	∟ ∟∟∟∟∟∟	36	∟ ∟∟∟∟∟∟ ∟	46	∟ ∟∟∟∟∟∟ ∟∟	56	∟ ∟∟∟∟∟∟ ∟∟ ∟
7	∟∟∟∟∟∟∟	17	∟ ∟∟∟∟∟∟∟	27	∟ ∟∟∟∟∟∟∟	37	∟ ∟∟∟∟∟∟∟ ∟	47	∟ ∟∟∟∟∟∟∟ ∟∟	57	∟ ∟∟∟∟∟∟∟ ∟∟ ∟
8	∟∟∟∟∟∟∟∟	18	∟ ∟∟∟∟∟∟∟∟	28	∟ ∟∟∟∟∟∟∟∟	38	∟ ∟∟∟∟∟∟∟∟ ∟	48	∟ ∟∟∟∟∟∟∟∟ ∟∟	58	∟ ∟∟∟∟∟∟∟∟ ∟∟ ∟
9	∟∟∟∟∟∟∟∟∟	19	∟ ∟∟∟∟∟∟∟∟∟	29	∟ ∟∟∟∟∟∟∟∟∟	39	∟ ∟∟∟∟∟∟∟∟∟ ∟	49	∟ ∟∟∟∟∟∟∟∟∟ ∟∟	59	∟ ∟∟∟∟∟∟∟∟∟ ∟∟ ∟
10	∟	20	∟∟	30	∟∟∟	40	∟∟∟∟	50	∟∟∟∟∟		

Fonte: MIRANDA (2019).

Observa-se no quadro acima, a utilização apenas de um símbolo no sistema babilônico. Esse símbolo ∟ representava o algarismo 1 que podia ser repetido nove vezes. O símbolo ∟, que representava o algarismo 10, era o mesmo só que em outra posição. Estes símbolos, quando repetidos, tinham seus valores somados. Conforme as representações acima, o número 45 seria escrito da seguinte forma: ∟∟∟∟∟∟∟. Pode-se perceber que era a soma 40+5.

A partir do número 60, aparece uma nova forma de contar, utilizando-se cunhas verticais, antes das cunhas horizontais, separadas por um espaço. Para expressar a quantidade representada por unidades, acima de 60 fica conforme mostrado na Figura 3.

Figura 3 - Representação do número 117 no Sistema Babilônico



$$117=1 \times 60^1 + (50+7) \times 60^0$$

Fonte: FERNANDES (201-).

De acordo com os sistemas apresentados, percebe-se a evolução histórica do conceito de número, desenvolvendo-se a partir das necessidades de cada povo. Dessa forma, entende-se que a cultura dos povos influenciou de forma contundente na construção e o consequente desenvolvimento dos seus sistemas de numeração.

Assim como os sistemas de numeração egípcio e babilônico, o sistema de numeração romano também é aditivo, mas com um aspecto peculiar por introduzir, mais tarde, a subtração. Para Ifrah (1997, p. 396), “os algarismos romanos não são sinais que servem para efetuar operações aritméticas, mas abreviações destinadas a notificar e reter números”. Essa dificuldade de operar (somar e subtrair) fazia com que os contadores romanos buscassem apoio nos ábacos de fichas para efetuar cálculos. Como a maioria dos sistemas de aritmética desenvolvidos na Antiguidade, a numeração romana se valeu também do princípio da adição, na qual cada algarismo era independente um do outro e colocá-los justapostos significava geralmente a soma de seus valores correspondentes. Os símbolos do sistema romano, que são as letras do alfabeto:

I= 1  
V= 5  
X= 10  
L= 50  
C= 100  
D= 500  
M=1000

Em relação à grafia dos números romanos, vale-se de uma regra, segundo a qual, qualquer sinal numérico colocado à esquerda de um algarismo de valor superior, diminui-se dele. Exemplifica-se:

IV = 4 (5-1), ao invés de IIII<sup>12</sup>  
IX= 9 (10-1), ao invés de VIII  
XIX= 19 (10+10-1), ao invés de XVIII  
CD= 400 (500-100), ao invés de CCCC

Ressalta-se que o zero não fazia parte dos sistemas citados anteriormente, porém sua descoberta se constituiu num avanço para o SND. A ausência de quantidades demorou mais para ser representada do que havia de concreto e visível. A representação do vazio, foi-se aprimorando até que se atribuiu um símbolo para representá-lo. Atribuiu-se aos povos Babilônicos, Hindus e Maias, o desenvolvimento e o consequente uso do zero nas operações. O sistema dos babilônicos era posicional, e, no início, não havia um símbolo para o zero.

---

<sup>12</sup> Havia uma regra que de cada símbolo se repetia, no máximo, três vezes.

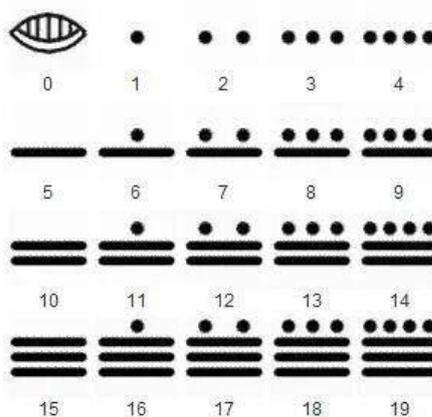
Boyer (1974), ao se referir sobre a origem do zero aponta que na Índia, o registro da existência do zero como uma “casa vazia” e não como um número, tenha ocorrido há mais de dois séculos após a primeira referência dos outros nove. O que se chama hoje de sistema hindu, é apenas “uma combinação dos três princípios básicos, todos de origem antiga: a base decimal, uma notação posicional e uma forma cifrada para cada um dos dez numerais” (BOYER, 1974, p. 157).

Em relação à origem tardia do zero, Kamii e Declark (1994) afirmam que um dos fatores de dificuldade de entendimento do mecanismo do valor posicional pode ser devido à origem tardia de se atribuir o zero como numeral.

Para Caraça (2010), devido às exigências da numeração escrita, criou-se o zero, como um número, uma criação relativamente recente. “A criação de um símbolo para representar o nada constitui um dos aspectos mais audazes do pensamento, uma das maiores aventuras da razão” (PELSENEER, 1935 apud CARAÇA, 2010).

O sistema de numeração adotado pela civilização pré-colombiana dos Maias é vigesimal. Os numerais são representados por símbolos compostos por pontos e barras, sendo o zero a única exceção por ser representado pelo desenho de uma concha. Os Maias criaram um sistema baseado na posição dos símbolos, que incluía a utilização do zero (para indicar que não existiam unidades desse valor), um símbolo ovalado que aparece em numerosos sinais Maias. Este sistema utilizava três símbolos, que formavam o sistema, conforme a figura X abaixo, até o número dezenove.

Figura 4 - Sistema de Numeração Maia



Fonte: AFONSO (2010).

Na figura, o primeiro símbolo que lembra uma concha representa o nada, já o ponto representa a unidade e o traço horizontal, a quantidade cinco. Segundo Ifrah (1999, p. 301),

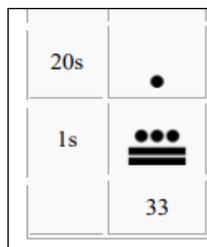
“Os Maias estavam interessados na contagem do tempo e nas observações astronômicas. Esse interesse justifica o motivo pelo qual o sistema não é todo vigesimal e possui uma irregularidade mudando na terceira ordem para os múltiplos de 360”.

De acordo com Gundlach (1992, p. 29), os números de 1 a 19 eram representados aditivamente pelo uso de combinações apropriadas de pontos e barras simbolizando 1 e 5, sendo o 19 representado por quatro pontos (1) e três barras (5), já no 20 começava a numeração posicional, os numerais sendo lidos verticalmente, de cima para baixo.

O número 20, por exemplo, era representado por um ponto sobre o símbolo do zero. Cada número superior a 20 era escrito em seguida numa coluna vertical com uma fileira para cada ordem de unidades. Para os números compostos de duas ordens, segundo Borges e Bonfim (2012), colocava-se o algarismo das unidades simples na parte de baixo e o algarismo das vintenas na de cima.

Por exemplo, o número 33 era escrito como um ponto seguido logo abaixo por três pontos horizontais sobre duas barras que representam uma vintena e treze unidades. De fato,  $20+13=33$ , usando o sistema decimal, exemplificado na Figura 5.

Figura 5 - Representação do número 33 no Sistema Maia



$$33=1 \times 20^1 + 13 \times 20^0 \text{ (uma vintena e treze unidades)}$$

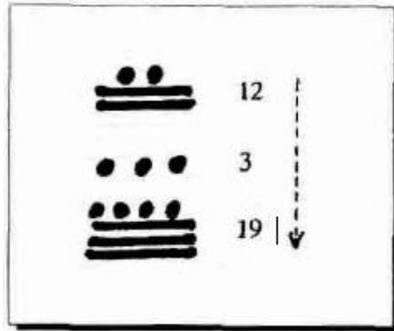
Fonte: BORGES; BONFIM (2012).

Números superiores a 19 eram escritos na vertical seguindo potências de vinte em notação posicional.

O sistema de contagem vigesimal também influenciava o calendário Maia, sendo o fechamento de um período de vinte anos um momento parecido com o fechamento de uma década para nós. “Alguns calendários usavam um sistema modificado de contagem onde a terceira casa vigesimal não denotava múltiplos de  $20 \times 20$ , mas sim de  $18 \times 20$ , pois assim era possível uma contagem aproximada da duração em dias do ano solar dado que  $18 \times 20 = 360$ ” (BORGES; BONFIM, 2012, p. 47), observa-se, aqui, uma curiosa irregularidade. Conforme a Figura 6, nota-se que a representação se refere ao número 4399, obtido a partir das combinações aditivas e multiplicativas:  $12 \times 360 + 3 \times 20^1 + 19 \times 20^0$ . Para as posições

seguintes, voltava-se a um uso estrito da base vinte, valendo cada patamar, a partir do quarto, vinte vezes mais do que o patamar imediatamente inferior. Assim, tendo em vista a “peculiaridade” da 3ª ordem, a 4ª posição iria corresponder a  $(20 \times 360)$ , ou seja, aos múltiplos de 720.

Figura 6 - Representação numérica Maia



Fonte: IFRAH (1997).

Tal sistema numérico deixou sua contribuição para o desenvolvimento dos sistemas numéricos pela relação com o zero. Para Ifrah (1997), há duas provas indiscutíveis a respeito do sistema de numeração desenvolvido pelos Maias: eles realmente elaboraram uma numeração de posição e eles realmente inventaram o zero.

### 2.3 Sistema de Numeração Decimal

O Sistema de Numeração Decimal é aquele cuja base é a mais difundida da História e sua adoção hoje é quase universal, embora existam outras: sexagesimal, binária, base vinte, base trinta, ou qualquer outra base que se queira representar.

Para Centurión (1994, p. 21), “[...] um conjunto de símbolos e regras para escrever números é denominado sistema de numeração”. O sistema de numeração atualmente utilizado na maioria dos países, denominado sistema indo-arábico, é fruto de um processo histórico e foram divulgados pelos árabes em época relativamente recente.

Segundo Ifrah (1997, p.78), a base dez corresponde a uma ordem de grandeza satisfatória, já que “os nomes de números ou símbolos de base que exige são relativamente pouco numerosos e uma tabela de adição, bem como uma tabela de multiplicação, podem sem dificuldade ser aprendida de cor”. Outras bases têm também sua utilidade e grau de importância, porém, considerando ser a mais utilizada, nossa atenção se volta para esta forma de representação dos números.

Para Ifrah (2005, p. 235), a superioridade do Sistema de Numeração Indo Arábico, em relação aos sistemas precedentes, “provém na realidade da reunião do princípio de posição e do conceito denominado zero”, princípios que distingue o atual sistema numérico. Ainda segundo o autor, o surgimento do SND possibilitou o encontro das histórias paralelas da notação numérica e do cálculo, abrindo caminho para o desenvolvimento da Matemática, das ciências e das técnicas atuais.

A ideia do sistema de numeração posicional é a variação do valor numérico dos dígitos do algarismo de acordo com a posição na composição do algarismo. A notação posicional é um modo de representação numérica na qual o valor de cada algarismo depende da sua posição relativa na composição do número.

O valor do número é a soma de cada algarismo que o compõe multiplicado pela potência da base trabalhada, conforme a posição do algarismo. Um número P inteiro, decimal finito ou racional finito pode ser representado num sistema de base  $B > 0$ , expresso a seguir:

$$P = X_{n-1}.B^{n-1} + X_{n-2}.B^{n-2} + \dots + X_1.B^1 + X_0.B^0 + X_{-1}.B^{-1} + X_{-2}.B^{-2} + \dots + X_{-m}.B^{-m},$$

Sendo  $n$  a quantidade de dígitos inteiros;  $m$  a quantidade de dígitos fracionários;  $X_{n-1}$  o dígito mais significativo;  $X_{-m}$ , o menos significativo e  $X_j$  são os dígitos ou algarismos que compõem a representação do número P.

Santos (2014, p.14), apresenta o Teorema Geral da Enumeração, cujo enunciado garante que a escrita posicional é válida para qualquer base: “*Teorema Geral da Enumeração: Para qualquer base  $b > 0$ , um número inteiro  $p > 0$  pode ser escrito unicamente da seguinte forma:  $p = a_n b^n + a_{n-1} b^{n-1} + \dots + a_1 b^1 + a_0$ : com  $n \geq 0$ ,  $a_n \neq 0$  e cada  $a_i b^i$ , para cada índice  $i (0 \leq i \leq n)$ , tem-se que  $0 \leq a_i < b$ .”*

Dessa forma, as representações dos números 743 e 20458 na base dez<sup>13</sup>, ficariam:

$$743 = 7 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0$$

$$20458 = 2 \cdot 10^4 + 0 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0$$

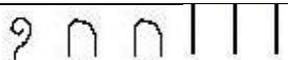
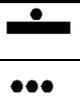
Para os sistemas posicionais, utilizam-se as seguintes regras:

<sup>13</sup> Há uma diferença entre número, numeral e algarismo: número está associado à quantidade, numeral é o símbolo que expressa o número e algarismo é um símbolo de numeração decimal para expressar um número. Por exemplo, o número quinze pode ser representado pelo numeral 15 no sistema indo-arábico, pelo numeral XV, no sistema romano. No sistema indo-arábico foram utilizados os algarismos um e cinco, e no sistema romano foram utilizados os algarismos X e V.

- a) a base B de um sistema é igual à quantidade de algarismos utilizados. No caso da base decimal, têm-se dez algarismos distintos (de zero até nove);
- b) o algarismo mais à direita (chamado de menos significativo) tem peso um, porque corresponde à base elevada ao expoente zero. O algarismo imediatamente a esquerda tem peso da base B, o seguinte a esquerda tem o peso de B elevado ao quadrado, depois o mais esquerda tem B elevado ao cubo, e assim por diante;
- c) o valor de cada algarismo de um número é determinado multiplicando-se o algarismo pelo peso de sua posição;
- d) o valor de um número é determinado pela soma do valor relativo de cada algarismo.

O Teorema Geral da Enumeração explicita os fundamentos aditivos e multiplicativos contidos na representação de um número. É aditivo porque se obtém o valor de número pela soma dos valores posicionais de cada algarismo. É multiplicativo, visto que o valor do algarismo é multiplicado pelo valor da posição ocupada. Para fazer uso adequado do sistema, o usuário (no caso desse estudo, o estudante e o professor de Matemática) precisa compreender estes princípios. Embora seja inadequado apresentar a fórmula nas séries iniciais, torna-se possível em um estágio um pouco mais avançado e, de forma natural, se for trabalhada gradativamente até sua compreensão. De acordo com os sistemas numéricos apresentados, o número 123, por exemplo, fica representado no Quadro 5.

Quadro 5 – Representação de um número em diversos sistemas numéricos

Decimal	Egípcio	Romano	Babilônico	Maia
123		CXXIII		

Fonte: Elaboração própria.

A considerar todo um processo evolutivo, é possível hoje representar um número conforme os diferentes povos antigos o faziam. O SND posicional, de base dez, torna-se mais simples em comparação aos demais sistemas.

Em relação ao objeto deste estudo, julgou-se oportuno apresentar o desenvolvimento dos sistemas numéricos sob o viés de culturas diversas, admitindo a importância de diferentes bases utilizadas.

Observar a evolução durante séculos por esforço de vários povos, do conceito de número e dos sistemas de numeração permite dimensionar o desafio cognitivo que os estudantes precisam vencer para dominar o SND.

## 2.4 O sentido do número

Segundo o dicionário online Aurélio<sup>14</sup>, a palavra *sentido* possui 28 significados, dos quais foram escolhidos: “compreender, certificar-se de maneira de pensar ou de ver; estar convencido ou persuadido de”. Tais verbetes sugerem que o *sentido* se compreenda sobre algo ou alguém. Incorporando a palavra *número*, a abrangência do termo se afunila e especifica algo que remete à quantidade, quantificar algo, dentro de um contexto.

A expressão ‘sentido de número’ (ABRANTES; SERRAZINA; OLIVEIRA, 1999; NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS, 2000; BROCARDO, SERRAZINA; KRAEMER, 2003) que, segundo as autoras Castro e Rodrigues (2008, p. 11), “diz respeito à compreensão global e flexível dos números e das operações, com o intuito de compreender os números e as suas relações e desenvolver estratégias úteis e eficazes para cada um os utilizar no seu dia a dia, na sua vida profissional ou enquanto cidadão ativo”. Tal afirmação atribui uma relação do número com a realidade desde as crianças até os adultos que, com algum entendimento do sentido acerca dos números são capazes de perceber as relações numéricas e seus vários significados, sentindo-se aptos a interpretá-lo num determinado contexto, de modo a fazer sentido. Tal capacidade lhe fornece subsídios para interpretar dados numéricos e tomar decisões a partir deles.

Com as crianças torna-se mais fácil se o conceito de número, ou melhor, o sentido do número for elucidado e explorado desde cedo. Facilmente a criança percebe o sentido ao se perguntar: “Quantos são?”. Dessa forma, o número a ser respondido corresponderá à quantidade, referindo-se ao cardinal<sup>15</sup> de certo conjunto. No entanto, se for dito que Igor mora na 6ª casa, embora se subentenda que até ali são seis casas, o seis, nesse caso se refere ao ordinal do número, ou seja, a ideia que o permite localizar em uma dada sequência. Há também a possibilidade de o número vir em forma de código, como o número do telefone, o número do bilhete de rifa, entre outros.

---

<sup>14</sup> DICIONÁRIO Aurélio Online, 2019. Disponível em: <https://dicionariodoaurelio.com/sentido>. Acesso em: mar. 2019.

<sup>15</sup> O número cardinal é aquele que expressa uma quantidade absoluta, enquanto o número ordinal indica a ordem ou a série em que determinado número se encontra incluído. O número natural é a síntese desses dois aspectos.

Buscou-se nos PCNs (BRASIL, 1997, 1998), identificar a existência de alguma referência ao sentido do número, salientando-se que o termo significado do número é menos abrangente que o sentido do número, pois conforme Cebola (2002, p. 224),

referir o número apenas pelas suas definições elementares é demasiado limitativo quando, sob o ponto de vista da educação matemática, pretendemos realçar quer o seu carácter utilitário no mundo actual e na vida do cidadão comum, quer o seu carácter uniforme e global.

Nos objetivos para o primeiro ciclo, se encontra: “construir o *significado* do número natural a partir de seus diferentes usos no contexto social, explorando situações problema que envolva contagens, medidas e códigos numéricos” (BRASIL, 1997, p. 47). Em seguida, há no documento referência da distinção de um número em suas formas ordinal, cardinal e codificado, enfatizando que professor chame a atenção do estudante para essas diferenças, em diversas situações do cotidiano. E complementa: “é a partir dessas situações de uso social que os estudantes constroem hipóteses sobre o significado dos números e começam a elaborar conhecimentos sobre as escritas numéricas, de forma semelhante ao que fazem em relação à língua escrita” (BRASIL, 1997, p. 48). Nessa linha de pensamento há, de forma implícita, uma diretriz indicando diferentes abordagens sobre o número.

Nos objetivos para o segundo ciclo se encontra: “Ampliar o significado do número natural pelo seu uso em situações-problema e pelo reconhecimento de relações e regularidade; construir o significado do número racional e de suas representações” [...] (BRASIL, 1997, p. 55). Há também, nos conteúdos conceituais e procedimentais, outra menção ao entendimento do número no SND e números racionais, sendo: “reconhecimento de números naturais e racionais no contexto diário; compreensão e utilização de regras do SND para leitura, escrita, comparação e ordenação de números naturais, de qualquer ordem de grandeza” (BRASIL, 1997, p. 58). Conclui-se que, nos PCNs não há uma ênfase no sentido do número na acepção da palavra, mas sim com outros elementos que juntos compõem a sua compreensão.

Em Portugal, buscou-se no documento “Programas e Metas Curriculares” para o ensino básico (documento normativo legal para a disciplina de Matemática no Ensino Básico, 2013), o uso do termo sentido do número. Para o domínio de conteúdos no 1º Ciclo, está salientado que os estudantes devem adquirir a “fluência de cálculo e destreza na aplicação dos quatro algoritmos, próprios do sistema decimal, associados a estas operações. Nota-se que esta fluência não pode ser conseguida sem uma sólida proficiência no cálculo mental” (BIVAR *et*

al, 2013, p. 6). Não está explícito, assim como também nos PCNs, o termo sentido do número, mas termos correlatos, como fluência de cálculo e destreza<sup>16</sup>.

Encontram-se, no documento de Portugal, termos relativos ao entendimento do número, do SND, como: distinguir números pares dos ímpares, saber comparar dois números, representar, designar dez unidades por uma dezena, compreender, estender as regras de construção dos numerais, efetuar contagens etc. Da mesma forma que no Brasil, em Portugal, não se vê de forma explícita o termo *sentido do número*.

No entanto, há documentos de outros países que tratam desta questão, -sentido do número- de forma mais assertiva e direta, como o *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM), Conselho Nacional de Professores de Matemática<sup>17</sup>. Cebola (2002) traz sua contribuição e salienta: “O NCTM apresenta cinco componentes que devem ser considerados e explorados para que seja possível a compreensão do sentido do número”, sendo:

1. *Desenvolvimento de conceitos elementares do número*. Incluem-se aqui os conceitos de cardinal e de ordinal.
2. *Exploração entre os números através de materiais manipuláveis*. A composição e decomposição de conjuntos e de objetos permite escrever um número de diferentes formas. Por exemplo, pode referir-se que 50 são cinco dezenas, duas vezes 25 ou quatro dezenas e dez unidades.
3. *Compreensão do valor relativo dos números*. A comparação de dois números, evidenciando que o 31 é grande quando comparado com o quatro, mais ou menos do mesmo tamanho que o 27[...]
4. *Desenvolvimento da intuição do efeito relativo das operações dos números*. Neste ponto o realce vai para o sentido da operação [...] o qual permite efectuar decisões profundas sobre se o resultado obtido é ou não razoável.
5. *Desenvolvimento de referenciais para medir objetos comuns e situações do mundo que nos rodeia*. Perceber, por exemplo, que não tem sentido um estudante do 4º ano ter 316 cm de altura e pesar oito kg, o professor ter 96 anos de idade e o pão custar 117 €. Isto é, ter conhecimento de um intervalo que seja sensato para estas medidas permite criar um suporte para analisar se os resultados são, ou não, razoáveis (CEBOLA, 2002, p. 225).

Dessa maneira, entende-se que ao sentido do número estão associadas diversas formas de entendê-lo, envolvendo a compreensão das ordens de grandezas e do significado das operações. Concorda-se com as orientações do NCTM, que de forma ampla nos diz em que se deve ir além dos conceitos elementares do número com a utilização de materiais auxiliares,

<sup>16</sup> Por destreza de cálculo, o National Council of Teachers of Mathematics, (NCTM) esclarece: possuir e utilizar métodos de cálculos eficazes e precisos. Essa destreza pode se manifestar através da utilização de uma combinação de estratégias mentais e de anotações de lápis e papel, de modo a produzir, rapidamente, resultados exactos (NCTM, 2000, p. 34).

<sup>17</sup> Uma organização profissional internacional, que objetiva promover a excelência no ensino e aprendizagem de Matemática. Tal documento serve de referência, orientação e recurso para educadores e envolvidos com a educação Matemática, sendo criado em 1920, para professores dos Estados Unidos e Canadá.

explorando situações de comparação, de escrita numérica (LERNER; SADOWSKI, 1996), compreendendo a inserção do número em diferentes contextos sem, contudo, perder de vista o significado para cada situação. Dessa forma, adotaremos as concepções trazidas pelo NCTM, que apresentam de forma clara aspectos referentes ao sentido do número.

Para ser possível essa apreensão do conceito de número, há que compreenderem as relações que desencadearão a aprendizagem do número, tema abordado a seguir.

## 2.5 Aprendizagem dos conceitos do SND

A criança, desde cedo, tem contato com os números, ao falar a sua idade, quantos irmãos possui, quantos dias faltam para seu aniversário. No cotidiano, se dá a construção do pensamento empírico, porém na escola, será explorado em outro nível, o pensamento teórico, sendo a maioria dos questionamentos acerca da contagem, mais e menos, muito e pouco. Antes mesmo de ingressar na escola, as crianças elaboram conhecimentos sobre o sistema de representação, advindos de suas vivências e com as interações sociais (LERNER; SADOVSKY, 1996; KAMII; DECLARK, 1994; CARRAHER, 1997).

De outra forma, mas referindo-se à construção do número pela criança, Vergnaud (2009) afirma que muito mais que constatações, o trabalho da inteligência leva a deduções (ou inferências) e a construções. Tais deduções se apresentam de duas maneiras: “deduzir uma conduta ou uma regra de conduta de relações constatadas ou aceitas e deduzir novas relações a partir das relações constatadas e aceitas” (VERGNAUD, 2009, p. 35). Tal afirmação sugere que há uma sequência na construção de uma estrutura mental, que permite o encadeamento de deduções: essa sequência é denominada *transitividade*.

As deduções são propiciadas pelas situações nas quais a criança se torna apta a relacionar elementos, quantidades, esquemas aditivos, que Vergnaud (2009) denomina *cálculo relacional*. Nele, é demonstrada a capacidade de compor duas relações e tomar a recíproca de uma relação; ou seja, para cada faixa etária há tipos de deduções que relacionam elementos. Se tomarmos como exemplo: “se de dez bolinhas de gude foram retiradas duas”, para que a criança seja capaz de obter a quantidade final de bolinhas de gude, há de estabelecer uma relação do todo com a quantidade que sobrou, a fim de obter a quantidade de bolinhas de gude retiradas. Dessa forma, há a relação parte/todo, bem como a recíproca, que consiste em unir duas partes, a retirada com a que tinha de início, resulta no total.

Para Vergnaud (2009, p. 34), desde cedo, a criança compreende relações, o que poderia ser também chamado de raciocínio lógico, uma vez que a criança de 18 meses é capaz

de perceber um brinquedo escondido por um pacote, com a relação: “brinquedo escondido pelo pacote”; a criança conclui que para alcançar o brinquedo deve passar a mão por trás do pacote. Essa operação que o bebê é capaz de fazer, “dá ao psicólogo o direito de julgar que a criança efetivamente compreendeu a relação ‘brinquedo escondido pelo pacote’”. De fato, antes de ingressar no 1º ano, a criança já vivencia relações entre elementos, quantidades, formas, tamanhos, apontado um caminho a ser trilhado para a apropriação dos conceitos matemáticos, que Vergnaud denomina “curto prazo” e “longo prazo”. De maneira específica, referindo-se ao tempo, percurso à aprendizagem, Vergnaud (2011, p. 16) afirma:

“Longo prazo” refere-se inevitavelmente a uma perspectiva de desenvolvimento: não é em alguns dias ou em algumas semanas que uma criança adquire uma competência nova ou compreende um conceito novo, mas, sim, ao longo de vários anos de escola e de experiência. É a esse processo que a teoria dos campos conceituais se refere.

O pensamento de Dienes (1975) e de Vergnaud (2011) é expresso através da “metáfora” do caminho a ser percorrido, podendo levar mais ou menos tempo, sendo forte e adequada quando se referem à aprendizagem de matemática,

Que os caminhos que a aprendizagem percorre parece tomar o curso de um mergulho numa massa de fenômenos aparentemente desconexos e formular as propriedades de diferentes tipos de ambientes em termos de certas regras pela inferência com estes fenômenos e pela aquisição da percepção de como induzir o acontecimento de certos fenômenos desejados. (DIENES, 1975, p. 21).

Ambos se valem da concepção de que as crianças, como qualquer sujeito, são capazes de regular sua conduta sobre as relações de estabelecer padrões, regularidades sobre o cálculo relacional que faz. De forma análoga ao que Vergnaud (2009) denomina de “cálculo relacional”, Dienes (1975) chama de “análise retroativa”, aquela em que a análise de todos os componentes de um problema é feita de diferentes e diversas formas, procurando encontrar e definir padrões e regularidades. Essa mesma linha de pensamento baseia-se nas teorias de Piaget, em que conflitos cognitivos ou dissonâncias cognitivas são a essência do processo de aprendizagem, já que para o autor, “o conhecimento lógico matemático é construído pela criança a partir de dentro de si mesma, através da interação dialética com o meio ambiente” (KAMII; DECLARK, 1994, p. 16). A complexidade que envolve os mecanismos da aprendizagem é vasta e muitos autores estudaram a fundo a epistemologia da aprendizagem e produziram novos conceitos, sobre o pensamento lógico da criança, deixando clara a relação dialética que se estabelece entre sujeito/aprendizagem/objeto.

Kamii e Declark (1994) se debruçaram sobre as implicações e desdobramentos da teoria de Jean Piaget, que contribuiu com o que vem a ser a concepção de número e sua ligação com a interação social que permeia sua aprendizagem (do número). Para ele, o número é uma estrutura mental que leva muito tempo para ser construída, ainda assim só poderá ser construída pela criança, premissa esta difícil de ser aceita por muitos educadores.

Uma pesquisa, realizada por Piaget e seus colaboradores do Centro Internacional de Epistemologia Genética em 1982, concluiu que:

1. O número não é empírico por natureza. A criança o constrói através da abstração reflexiva pela própria ação mental de colocar as coisas em relação.
2. Os conceitos de número não podem ser ensinados. [...] no sentido de que o número não pode ser ensinado, uma vez que a criança o constrói dentro de si mesma, pela sua capacidade natural de pensar.
3. Adição também não precisa ser ensinada. A própria construção do número envolve a repetida adição de um. (KAMII; DECLARK, 1994, p. 50).

Tais conclusões conflitam com as práticas de professores, que para ensinar os números utilizam métodos expositivos ao invés de proporem situações que estimulem as relações e à construção do conceito de número. Uma vez que a criança não se encontra capaz de construir uma relação, se fará necessário estruturar processos de estimulação, estratégias capazes de oportunizar e/ou garantir a aprendizagem.

Para Kamii e Declark (1994), a interação social é de extrema importância para o desenvolvimento lógico matemático, ou seja, a capacidade natural de pensar logicamente ocorre, em grande parte na atividade mental que se dá no intercâmbio social. Ao referir-se à abstração reflexiva, processo que desenvolve o raciocínio lógico, a autora esclarece que a mesma acontece através da coordenação, pela criança, de relações criadas por ela própria.

Em relação à aprendizagem dos números, posteriormente seu “papel” no SND, tendo como pressuposto a compreensão do seu significado, é necessário que o sujeito domine as propriedades que regem os números. Para que a criança seja capaz de operar com números, identificá-lo dentro das classes, ordens, supõe-se que tenha construído, ao longo de sua vivência escolar, nas trocas com o meio, regulações lógico-matemática traduzidas em forma de pensar, tais como: contar, medir, ordenar, classificar, estabelecer correspondências, compor etc.

Nesse contexto de aprendizagem, bem como na construção do raciocínio lógico, Kamii (1990, p. 13) aponta que “o número é construído pela criança de forma individual a partir de todos os tipos de relações que ela cria entre os objetos”. Em um contexto no qual o processo de construção do conhecimento ocorra conduzido por alguém (professor, pais),

existe uma progressão de habilidades que precisa ser respeitada, sendo primeiramente desenvolvida a habilidade de dizer palavras em uma sequência correta e, em segundo, a habilidade de contar objetos. Nesse estágio de compreensão, a criança consegue estabelecer uma relação biunívoca entre palavras e objetos e, por último, a escolha da contagem como instrumento de referência. Como sugere a autora, pedir que as crianças contem não se constitui em uma estratégia eficaz de auxiliá-las a quantificar objetos, ao invés disso, seria recomendável que elas comparassem dois conjuntos.

O cuidado na escolha de atividades e desafios deve ser constante, de modo a desenvolver a autonomia da criança, outro componente valioso nesse processo. Ao se encorajar a criança a encarar atividades, promovem-se situações nas quais ela tenha o poder de decidir e confrontar quantidades. Além disso, ousar ir além do solicitado lhe permite decidir por si mesma, argumentando o porquê dessa ou daquela escolha, tornando muito mais significativo para ela.

Conforme Miguel e Miorim (1986, p. 6), “a simples verbalização da sequência numérica, por parte da criança não é condição suficiente para a verificação da aquisição do conceito de número”. Carraher (1997) corrobora esta premissa ao afirmar que a construção do número é desenvolvida de forma gradual, sendo gradual também a capacidade de a criança trabalhar com sistemas de representação numérica, uma vez que “o processo de representação mental, ou seja, a compreensão do sistema numérico é anterior à sua utilização efetiva com lápis e papel” (CARRAHER, 1997, p. 64). Com isso, para que a criança compreenda o sistema numérico é preciso mais que um simples treino de leitura e escrita de números. Tal afirmação preocupa e alerta os professores em relação ao que esperar sobre o domínio do número, sua quantificação, sua cardinalidade e ordinalidade.

Ressalta-se o quão importante é que o professor tenha o domínio dos processos que permeiam a construção do número, de forma a ser capaz de garantir à criança que ela se desenvolva matematicamente na sua plenitude, ao chegar às séries com maior sistematização.

A respeito do SND, Lerner e Sadowski (1996) investigaram a compreensão da numeração escrita por meio de entrevistas clínicas com crianças. Concluíram que, desde cedo, as crianças elaboram hipóteses para escrever e ler números quer fazendo uso da quantidade e da posição dos algarismos na busca da comparação de números, quer se valendo de conceitos prévios com números rasos ou nós (dez, vinte, trinta, cem etc.) para construir e escrever outros números, ou ainda, se baseando na numeração falada para compor a numeração escrita. As pesquisadoras observaram que a necessidade de estabelecer regularidades no SND é uma premissa básica para a compreensão das regras que compõem e regem o sistema; assim sendo,

as próprias crianças elaboram estratégias que se ligam diretamente aos preceitos, regras e organização do sistema. Segundo as autoras, “a avidez das crianças por desvendar os mistérios que envolvem o sistema de numeração faz deste um objeto digno de ser considerado em si mesmo” (LERNER; SADOWSKI, 1996, p. 122).

Para as autoras, há quatro atividades básicas que se constituem no cerne, no eixo ao redor dos quais devem ser elaboradas situações didáticas com sistema de numeração, sendo elas: operar, ordenar, produzir, interpretar. Atividades centradas na comparação, enfocando a relação de ordem, por exemplo, adquirem uma especificidade vinculada à ordenação do sistema (LERNER; SADOWSKI, 1996). O ato de “ordenar” (ou seja, comparar números) recruta no sujeito sua capacidade de elaboração, de decifrar o código implícito no sistema, valendo-se, muitas vezes, da estratégia tentativa e erro, mas, sobretudo, da capacidade de elaboração a partir de um conhecimento prévio, ao tentar obter o próximo número considerando os anteriores e assim sucessivamente, demonstrando essas habilidades através da escrita numérica. A produção e a interpretação, para as autoras, são atividades estritamente vinculadas à prática didática e a complementam.

Nessa perspectiva, as autoras ressaltam a importância de diferenciar e observar a numeração falada e a numeração escrita, uma vez que a numeração falada, ao mesmo tempo em que apoia a criança na elaboração de suas hipóteses sobre a escrita dos números, é diferente da forma como se escreve o número. A criança dizer, enunciar uma sequência, difere muito do momento de escrever, como por exemplo, quinze ao ser enunciado não revela pistas de sua forma escrita. Ao se referir aos processos de construção dos sistemas de escrita, Lerner e Sadovsky (1996) defendem o que Kamii e Declark (1994) já apontavam, pois para elas as crianças da 1ª série (aos seis anos) enumeram com facilidade os números, mas ao escreverem o número 26, por exemplo, é quase impossível reconhecerem que o “dois” do “26” significa 20. Entretanto, com facilidade elas reconhecem que 26 é menor que 62.

Por outro lado, dentre várias pesquisas realizadas por Kamii, destaca-se uma em Boston<sup>18</sup> (com Mieko Kamii em 1980, 1981, 1982), com crianças de quatro a nove anos, visando estudar o desenvolvimento da capacidade de formar grupos de objetos e representá-los com desenhos e numerais. Serve de interesse, aqui, a constatação de que, pelas respostas

---

<sup>18</sup> Essa experiência foi feita com crianças de quatro a nove anos. A professora levou uma caixa com 12 rodas idênticas às de um carrinho de brinquedo, e perguntou quantos carrinhos poderiam ser montados com aquela quantidade de rodinhas. O objetivo era estudar o desenvolvimento da capacidade das crianças em formar grupos de objetos e representá-los com desenhos e numerais, e estudar a interação entre significantes individualmente construídos e significantes socialmente transmitidos.

das crianças, o valor posicional é algo muito difícil para as de 1ª série, extremamente confuso para as de 2ª série (aos sete anos), e até mesmo na 3ª série (aos oito anos).

Tal conclusão convoca a uma reflexão que a autora faz ao afirmar: “a criança de seis e sete anos ainda está em processo de construir o sistema numérico (através da abstração reflexiva), com operações de “mais um”. O sistema escrito de base decimal exige a construção mental de “um” (uma coleção de dez) e “dez” unidades” (KAMII; DECLARK, 1994, p. 91). Seguindo nesse raciocínio, a autora defende ser impossível a criança construir o segundo nível (estabelecer relação entre seus rabiscos e algo a ser quantificado), quando o primeiro ainda está sendo construído. Dessa maneira, a criança não consegue criar a estrutura hierárquica da inclusão numérica antes de sete-oito anos. Além disso, o sistema de base decimal, sendo multiplicativo, não é capaz de ser compreendido pelas crianças da 2ª série, pois, em termos gerais, a multiplicação é apresentada na 3ª série. Na 1ª e 2ª séries, a criança pensa de forma aditiva, sendo o número 26, representado por  $10+10+6$ , e não  $2 \times 10+6$ . Tal conclusão alerta para o fato de ser introduzidos conceitos de forma que as crianças, a considerar a idade, não terão condições de aprender.

Para Kamii e Declark (1994, p. 93), o ato de escrever numerais difere de abstraí-los de forma completa, pois para a autora, “Aprender a escrever numerais é, pois, parcialmente uma técnica. Aprender a somar, subtrair e multiplicar, no entanto, envolve um raciocínio lógico matemático, e raciocínio não é técnica”. Tais afirmações demonstram a sutileza que envolve a compreensão do SND, presente no início da aprendizagem de números, podendo comprometer consideravelmente o entendimento dos conceitos seguintes. As construções mentais feitas pela criança são gradativas e processuais, como por exemplo, construir mentalmente o “um” de 100 e ser capaz de coordená-lo hierarquicamente com a estrutura das dezenas e unidades, revela uma delicada teia de pequenos conhecimentos prévios.

Kamii e Declark (1994) e Lerner e Sadovsky (1996) salientam que a abordagem do SND requer que sejam oferecidas às crianças situações de aprendizagem para que percebam as regularidades do SND e com comparações, uma vez que, ao exercitarem com algarismos de diferentes formas, entram em contato com os conhecimentos implícitos sobre o sistema de numeração. Todavia, as autoras diferem em relação ao momento de trabalhar com esse tema. Kamii e Declark (1994, p. 40) opõem-se de forma bem contundente ao ensino nas séries iniciais, afirmando: “conhecimento empírico é uma coisa, capacidade de raciocinar logicamente é outra completamente diferente”, ou seja, o conceito de número nasce da capacidade natural da criança de pensar.

Lerner e Sadovsky (1996) consideram que, desde as séries iniciais, a criança é capaz de obter, mediante um trabalho pedagógico adequado, avanços na construção e consolidação do SND.

Por algum tempo, alguns professores, para ensinar o SND, ofereciam a reprodução exaustiva de sequências numéricas, acreditando que estaria garantida a sua compreensão. Entretanto, com pesquisas de Kamii e Declark (1994), Lerner e Sadovsky (1996), Vergnaud (1991, 2009, 2011), entre outros, sobre como as crianças compreendem, internalizam e se apropriam da lógica e da regularidade do sistema numérico, acabaram por desmistificar tal premissa e apontar caminhos para uma retomada (por parte dos docentes) em torno do processo de ensino e aprendizagem do sistema de numeração.

Carraher (1982) desenvolveu estudos com crianças de primeiras e segundas séries para compreender se a composição aditiva do número é suficiente para que as crianças sejam capazes de escrever e interpretar números com mais de um dígito, promovendo situações de compra e venda. A conclusão foi que as crianças eram capazes de entender a composição aditiva do número sem saber lê-los e escrevê-los. Por outro lado, as crianças que leem e escrevem números compreendem tal composição. Tais resultados promovem uma reflexão acerca da ideia tradicional de que a compreensão da lógica do SND deve estar subordinada à aprendizagem da escrita de números, ao considerarmos que as crianças, mesmo sem saber escrever números, já compreendem princípios básicos do sistema de numeração.

Lerner e Sadovsky (1996) asseveram que as regularidades do SND podem ser observadas em situações de comparação e nos argumentos construídos pelas crianças para fundamentar ou rejeitar uma escrita numérica. Sendo capazes de estabelecê-las, as crianças podem explicar a organização do SND e avançar no uso da numeração escrita.

Ao se pensar em SND, imediatamente, lembra-se de seus princípios e de suas regras. É imperativo encará-lo de forma mais ampla em relação ao aprendizado do número como um todo, principalmente no que se refere à sua representação. Os professores, cientes dessa diferença, necessitam planejar intencionalmente situações em que um mesmo objeto contenha diferentes representações, para que o estudante possa compreender que estas diversas formas de representá-lo referem-se ao mesmo objeto. Em relação ao uso de representações, Panizza (2005, p. 24) contribui, referindo-se aos saberes necessários por parte do professor.

- Distinguir conceitualmente os objetos do conhecimento e suas representações;
- Compreender as condições sob as quais uma representação funciona como tal;
- Reconhecer as diversas representações que os alunos utilizam como uma maneira de conhecer, constitutiva dos conhecimentos que constroem.

Dessa maneira, há diversas possibilidades de representar um mesmo objeto, considerando alternativas que vão além da linguagem e da representação simbólica.

Há uma expansão da compreensão do SND que, no avançar das séries, vai além do conceito de número, mas que vai sendo ampliada a estendida para outros conjuntos numéricos, nos quais se encontram os decimais, por exemplo. Sendo o número 47, podendo ser representado por:  $47=40+7= 4 \times 10^1 + 7 \times 10^0$ .

Tal expansão do SND se fez necessária para acompanhar a evolução da matemática e à crescente necessidade de manipulação dos números, incluem-se as frações decimais e os números inteiros, cuja representação na forma decimal é finita, como exemplificamos:

$$0,36 = \frac{36}{100} = \frac{3}{10} + \frac{6}{100} = 3 \cdot \frac{1}{10^1} + 6 \cdot \frac{1}{10^2}$$

$$0,428 = \frac{428}{1000} = \frac{4}{10} + \frac{2}{100} + \frac{8}{1000} = 4 \cdot \frac{1}{10^1} + 2 \cdot \frac{1}{10^2} + 8 \cdot \frac{1}{10^3}$$

Nas séries onde se trabalha com conjuntos que vão além dos números Naturais, há que se salientar que os princípios aditivos e multiplicativos se mantêm.

Charnay (1996, p. 36) elucida: “um dos objetivos essenciais (e ao mesmo tempo uma das dificuldades principais) do ensino da Matemática é precisamente que o que se ensine esteja carregado de significado, tenha sentido para o estudante”. Novamente, o termo sentido aparece, ratificando a importância de que a aprendizagem do SND pressupõe etapas, tempo de amadurecimento como também estar diante de situações nas quais o estudante se confronte com as regularidades e padrões próprios desse sistema numérico.

O processo de ensino e aprendizagem do SND está diretamente relacionado às práticas pedagógicas, ou melhor, dizendo, de que maneira o professor faz chegar ao estudante o conhecimento. Ou seja, quais as relações didáticas entre professor, estudante e saber? Perpassa por essas relações, o fato de cada criança aprender de um jeito, sendo necessário que o professor esteja ciente de que não se pode ensinar de uma única maneira determinado conteúdo.

No próximo capítulo serão tratados aspectos importantes da teoria das situações didáticas, relacionados ao processo de ensino e aprendizagem do SND.

### 3 CONHECIMENTOS PROFISSIONAIS DO PROFESSOR QUE ENSINA MATEMÁTICA

Pelos temas aqui já tratados e pela justificativa deste estudo, torna-se clara a necessidade de se explicitar o entendimento necessário para ensinar matemática, ou seja, conhecimentos profissionais docentes necessários um professor capacitado para tal.

Muito antes de entrar em sala de aula, o professor foi se constituindo com a influência de professores que lhe serviram de modelo. Depois, os anos de formação, iniciando pela licenciatura, cursos de formação continuada, capacitações, como também as trocas entre os pares, partilhando e agregando saberes. Ao chegar à sala de aula, há as estratégias que contribuem para a mediação entre conhecimento e sujeito, a escolha de material didático-pedagógico, o enfoque que se pretende abordar, a escolha do momento de utilizar recursos tecnológicos. Cada diferente faceta desta imbricada teia requer escolhas e tomadas de decisões que o professor faz de acordo com suas convicções e pressupostos teóricos que irão balizar a sua prática. Os momentos de tomada de decisão *sobre* e *na* prática docente são constantes e permeiam a vida do educador, mais especificamente neste estudo, do professor que ensina matemática.

Para Santaló (1996, p. 15), há uma constante tomada de decisão do professor, pois seleciona, entre “toda a matemática existente, a clássica e a moderna, aquela que possa ser útil aos estudantes em cada um dos diferentes níveis da educação”. Porém, o autor assevera que, para que seja feita tal seleção, há que se considerar dois aspectos da matemática: o aspecto formativo, aquele que ajuda a estruturar o pensamento e propicia o raciocínio lógico dedutivo; e o aspecto informativo, no qual a matemática atua como uma ferramenta do dia a dia, a interpretação de dados e a realização de tarefas. É preciso formar e informar (SANTALÓ, 1996). Para esta criteriosa seleção, é necessário que o professor tenha claro o conjunto de elementos a dominar, que se pode chamar de conhecimento, tema que será tratado a seguir.

#### 3.1 Conhecimentos do professor: didático, pedagógico e matemático

Dentre os pré-requisitos já citados, há que se considerar o processo que constitui a formação do professor. Não se faz referência ao processo de formação acadêmica, nas licenciaturas, que é importante e que vai direcionar a ação desse professor. O enfoque está na formação que vai se constituindo ao longo da carreira, como uma intersecção entre o que aprende na prática, com as vivências e troca entre os pares, além dos cursos de extensão e

capacitações. Alguns autores têm se destacado com a publicação de estudos nos quais categorizam os saberes que acreditam ser necessários para o desempenho da docência, como é o caso de Nóvoa (2009), Tardif (2005), Shulman (2005).

Nóvoa (2009, p. 33), ao se referir aos aspectos relativos à profissão docente, deixa clara sua posição: “O que caracteriza a profissão docente é um lugar outro, um terceiro lugar, no qual as práticas são investidas do ponto de vista teórico e metodológico, dando origem à construção de um conhecimento profissional docente”. Essa afirmação denota a necessidade de mudança e de reconstrução do que vem a compor o conhecimento do professor, nesse caso, conhecimento profissional.

Como ponto de partida, concorda-se com Tardif e Lessard (2005, p. 31), ao tratarem de uma questão que, embora óbvia, deixa muitas vezes de ser considerada, que é o aspecto “humano” da docência, que envolve o estudante e suas motivações. Afirmam: “Com efeito, *ensinar é trabalhar com seres humanos, sobre seres humanos, para seres humanos*. Esta impregnação do trabalho pelo “ser humano” merece ser problematizada por estar no centro do trabalho docente”. Com tal clareza, segue-se para aspectos mais específicos, que tratam da primordial função do professor que é dominar os conteúdos a ensinar e, sobretudo, dominar as formas de torná-los compreensíveis e atribuídos de significados aos estudantes.

### 3.1.1 Conhecimento pedagógico

Busca-se respaldo teórico em Shulman (1987), ao se referir ao conhecimento do professor, que é dividido em categorias: conhecimento do conteúdo, conhecimento pedagógico geral, conhecimento do currículo, conhecimento pedagógico do conteúdo e ação e raciocínio pedagógico. O autor (2005, p. 10) caracteriza o conhecimento pedagógico do conteúdo como “esse amálgama especial entre material e pedagogia que constitui em uma esfera exclusiva de professores, sua própria forma especial de entendimento profissional” (tradução: a autora)<sup>19</sup>. Dessa maneira revela a inter-relação entre o saber matemático e o saber pedagógico, sendo estas duas categorias vistas de forma articulada.

Shulman (1986, 1989, 2005) demonstrou particular interesse pelo conhecimento pedagógico do conteúdo por acreditar que a docência se caracteriza pela capacidade de transformar o conhecimento que se tem disponível sobre um tema e abordá-lo de forma diferente, favorecendo, com isso, o aprendizado pelo estudante. O autor salienta que o

---

<sup>19</sup> Original”: esa especial amalgama entre matéria y pedagogia que constituye una esfera exclusiva de lós maestros, su propia forma especial de comprensión profesional.

processo de transformação está relacionado com as diferentes fontes de conhecimento, porém ressalta que a principal fonte é o conhecimento didático do conteúdo, afirmando que a “forma” de conhecer e compreender a matéria é o que distingue o professor dos especialistas no assunto. De acordo com o autor,

Queremos sugerir que o conhecimento didático do assunto seja construído com e sobre o conhecimento do conteúdo, o conhecimento didático geral e o conhecimento dos alunos. Não é excessivo supor que o conhecimento didático do conteúdo inspire esse tipo de conhecimento, uma vez que eles desejam se tornar professores do ensino médio, devem ter um diploma de bacharel na disciplina e fazer cursos sobre métodos de ensino e teorias de aprendizagem. (SHULMAN, 2005, p. 3, tradução nossa)<sup>20</sup>.

Pelo exposto, a forma como o professor compreende/aceita a dimensão do exercício profissional, que engloba uma junção entre o conhecimento da disciplina e da didática geral é o que constitui uma esfera exclusiva dos professores. Não se trata de uma tarefa fácil, nem pode ser adquirida num “passe de mágica”. Trata-se de um processo que, de forma gradativa, vai se constituindo, a partir dos processos reflexivos desse profissional, em formação *na e sobre a* prática.

Shulman e Shulman (2016), ao apresentarem um novo modelo de ação docente, propõem uma estrutura conceitual para descrever e analisar os desafios relativos à formação de professores, em um cenário novo, reflexivo, criativo, que estes chamam de “comunidade de aprendizes”. Nessa nova visão, salientam que, para desenvolver habilidades necessárias, “partimos do pressuposto de que um professor competente é membro de uma comunidade profissional e está preparado, disposto e capacitado para ensinar e para aprender com suas experiências práticas” (SHULMAN; SHULMAN, 2016, p. 123).

### 3.1.2 Conhecimento didático do professor

Ponte (1999) se posiciona em relação ao conhecimento didático do professor, dividindo-o em quatro categorias, que se interligam e se complementam, sendo:

---

<sup>20</sup> Queremos sugerir que el conocimiento didáctico de la materia se construye con y sobre el conocimiento del contenido, el conocimiento didáctico general y el conocimiento de los alumnos. No es excesivo asumir que el conocimiento didáctico del contenido inspirará en este tipo de conocimiento puesto que los que quieren convertirse en profesores de Secundaria han de tener el grado de Licenciado en la materia, y hacer cursos sobre métodos de enseñanza y teorías del aprendizaje.

- (1) o conhecimento dos conteúdos de ensino, incluindo as suas interrelações internas e com outras disciplinas e as suas formas de raciocínio, de argumentação e de validação;
- (2) o conhecimento do currículo, incluindo as grandes finalidades e objectivos e a sua articulação vertical e horizontal;
- (3) o conhecimento do aluno, dos seus processos de aprendizagem, dos seus interesses, das suas necessidades e dificuldades mais frequentes, bem como dos aspectos culturais e sociais que podem interferir positiva ou negativamente no seu desempenho escolar;
- (4) o conhecimento do processo instrucional, no que se refere à preparação, condição e avaliação da sua prática lectiva. (PONTE, 1999, p. 60-61).

De forma direta, o autor seleciona importantes segmentos que englobam por completo o que se faz necessário ao conhecimento didático. A diferença entre a visão de Ponte (1999) e de Shulman (1986, 2005) é que o segundo considera o conhecimento pedagógico do conteúdo evidenciando a transposição didática (CHEVALLARD, 2013) que este executa, preocupando-se, principalmente com a capacidade do professor fazer com que os estudantes compreendam os conteúdos matemáticos, enquanto o primeiro se preocupa de uma forma mais abrangente envolvendo alunos, currículo, interdisciplinaridade. Para esta pesquisa, procurou-se observar o conhecimento didático alinhado ao que Shulman propõe, pelas condições de tempo de observação e contato com as professoras.

Conclui-se que se faz necessário o professor ter consciência da influência de suas decisões para a condução da aula, das atividades dirigidas e dos processos de ensino e aprendizagem. Pois, segundo Viseu (2009, p. 44), “importa que o conhecimento didático que o professor constrói oriente a sua ação, de modo que os alunos sejam elementos interventivos nas atividades que desenvolvam em sala de aula”. Reafirma-se, portanto, a necessidade do processo construtivo de aquisição do conhecimento didático do professor, e principalmente da ciência do professor da importância desse processo.

### 3.1.3 Conhecimento matemático do Professor de Matemática

Para Fiorentini (2005), o conhecimento matemático pode ser focalizado a partir de três diferentes perspectivas: da prática científica ou acadêmica; da prática escolar; e das práticas cotidianas não formais. Dessa maneira, o professor deverá valer-se da matemática formal, como uso de regras, fórmulas, símbolos e técnicas, para transpô-la didaticamente à matemática escolar sem, no entanto, desconectá-la da cientificidade inerente à sua essência.

Shulman (1986) defende a ideia de que saber Matemática para ser um matemático não é a mesma coisa que saber para ser professor de Matemática, uma vez que o autor se refere ao “conhecimento pedagógico do conteúdo”, essencial para o ensino.

D'Ambrósio (1993, p. 14) aponta para a dimensão cultural da Matemática, deixando clara a necessidade do professor, além dos conhecimentos matemáticos, pesquisar a aplicabilidade desses conhecimentos e estabelecer relações com outras áreas do conhecimento, e salienta para o novo perfil do professor, que deverá se transformar em professor/pesquisador, e “o resultado de sua ação irá além da sala de aula”. Dessa maneira, o autor destaca uma matemática dinamizada, na qual o professor deve “reconhecer que ele é um companheiro de seus estudantes na busca de conhecimento, e que a Matemática é parte integrante desse conhecimento”.

Serrazina (2012, p. 273) traz a sua contribuição em relação ao conhecimento matemático, enfatizando sobre a dimensão didática que influencia e potencializa tal conhecimento, pois para a autora “não basta ao professor saber a Matemática que ensina, mas tem também de saber como a ensinar e como avaliar as aprendizagens que daí resultam”. Há também o *planejamento*, que segundo a autora, consiste em selecionar os temas e adaptá-los à classe que vai trabalhar, tendo cuidado com os termos, sem perder, contudo, o rigor matemático contido em cada definição e propriedades.

Outro aspecto levantado pela autora é o contexto, ou melhor, a organicidade dos temas, pois o professor precisa introduzir cada um dos tópicos articulados tendo o cuidado de estabelecer conexões entre os vários domínios da Matemática. Parte-se daquilo que os estudantes sabem, para chegar ao que vão aprender, construindo uma visão global dos temas. A articulação desses aspectos configura o formato espiral e evolutivo dos temas, avançando em grau de dificuldade e abstração.

Serrazina (2012, p. 273) sintetiza o que o professor precisa considerar em seu planejamento, que se traduz também em conhecimento matemático: “(i) ter presente o currículo de Matemática que tem de ensinar; (ii) identificar a matemática essencial e pertinente para trabalhar com os seus alunos naquele momento; e (iii) exigir rigor matemático, no quê e no como”. Nessa perspectiva, é esperado que o professor selecionasse/adapte tópicos e tarefas com critério, conhecer os manuais escolares e pensar novas e diferentes estratégias de abordar um tema matemático.

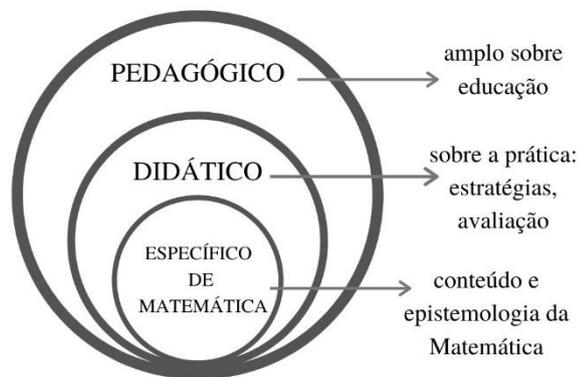
Salienta-se que o conhecimento matemático foi abordado de uma maneira geral, pois há o professor que leciona em séries iniciais do Ensino Fundamental (1º ciclo) e há os que atuam em séries finais do Ensino Fundamental (2º ciclo), séries relacionadas ao escopo desta pesquisa. Dada a natureza dos objetos matemáticos a cada ciclo, a formação exigida para que se leccione nas séries iniciais (Curso de Pedagogia) se difere da formação das séries finais (Cursos de Licenciatura). O curso de Pedagogia não oferece a formação específica em

matemática, mas aborda a didática e a instrumentalização para o ensino da matemática. A considerar o ensino precário que acontece em muitas escolas no Brasil (tendo em vista os motivos apresentados na introdução, como dados de Capuchinho e Gatti), considera-se que os cursos de Pedagogia não habilitam/capacitam de forma plena o professor para ensinar matemática nas séries iniciais.

Referindo-se ao objeto da pesquisa, o SND, Lerner e Sadovsky (1996, p. 150) alertam em relação ao conhecimento matemático e didático necessários, quando afirmam: “optar por abordar na aula o sistema de numeração, em toda sua complexidade, significa também enfrentar um alto grau de complexidade didática”. Complementa-se que se trata de abordar os temas matemáticos por série, de forma completa, com profundidade, esgotando as possibilidades de situações exploratórias em torno de um mesmo tema.

Dessa maneira, a relação entre estes conhecimentos pode ser apresentada conforme a figura abaixo.

Figura 7 - Conhecimento do professor



Fonte: Elaboração própria.

Os conhecimentos necessários ao professor de interligam, se complementam e compõem a base para uma prática pedagógica eficiente.

### 3.2 O conteúdo matemático: situações didáticas

Dos tópicos abordados anteriormente, o foco esteve no SND, na sua forma de representação, suas características, especificidades, normas e padrões. Foram levantadas questões epistemológicas da aprendizagem de números, escrita numérica e compreensão do sentido do número.

As teorias de aprendizagem como o construtivismo de Jean Piaget e o sócio-interacionismo de Lev Vygostsky (1992) nos mostram que deve haver uma estreita relação entre a psicologia do desenvolvimento cognitivo com a didática da Matemática, pois as relações da psicologia com o ensino servem de norte, de parâmetros para as pesquisas em torno da aprendizagem de números. A didática da Matemática tem sido estudada por diversos autores que contribuem de diversas formas, tendo surgido teorias em torno do ensino da Matemática.

Segundo D'Amore (2007), podemos entender a didática da Matemática como investigação ou como práxis. Sob o ponto de vista da antropologia, ela (a didática) privilegia o ser humano no processo de ensino/aprendizagem da Matemática. Cabe ao educador a tarefa de contribuir para que o educando seja capaz de construir sua própria visão de mundo, fazendo interações com os temas matemáticos aprendidos e trabalhados na escola.

Há, no entanto, um “paradoxo” que, segundo D'Amore (2007), precisa ser considerado: o professor (desde as séries iniciais) incorpora uma linguagem que está entre a comum e a Matemática, que o autor chama de *matematiquês*, uma espécie de “dialeto matemático”, utilizado em sala de aula<sup>21</sup>. Para ele, tais adaptações podem ocasionar algumas distorções, ainda que com a melhor das intenções didáticas do professor. Desde a linguagem adotada nos livros didáticos de Matemática, que muitas vezes faz uso de construções do tipo “diz-se” (em lugar de se diz), como alguns gerúndios (passando, ao invés de “que passa”). “Tal língua específica, híbrida, é utilizada de maneira inconsciente pelo professor [...], também pelo estudante que tende a imitá-lo” (D'AMORE, 2007, p. 250). O uso da formalidade dos conceitos matemáticos deve ser utilizado com critérios, nem a mais (para não provocar uma ruptura do processo de aprendizagem), nem a menos para provocar uma perda do sentido e do rigor dos conceitos.

Considerando o objeto deste estudo, não se fará distinção quando a abordagem se referir à aprendizagem de Matemática, mas se buscará sempre fazer o recorte para aspectos relacionados ao SND, cientes da especificidade do saber matemático.

Em 1970, um grupo de pesquisadores<sup>i</sup> (matemáticos e psicólogos franceses, na sua maioria) se apoiaram na teoria piagetiana para formular implicações diretamente ligadas à sala de aula. Apoiados nos processos de ensino - aprendizagem de Matemática, que, de forma relevante, se chamou de Educação Matemática, este campo de estudo ficou conhecido na

---

<sup>21</sup> Esta conclusão é fruto de pesquisas de D'Amore (1993).

França como “Didática da Matemática”. Tais pesquisas objetivaram apontar a relevância da Matemática como conhecimento necessário para a sociedade e para os cidadãos.

Dentro deste campo teórico, de forma mais específica, com a necessidade de se estreitar aspectos do saber matemático, surgiu entre outras, a Teoria das Situações Didáticas, estudada no modelo teórico desenvolvido, na França, por Guy Brousseau (1986). Tal teoria busca a gênese e a compreensão dos fenômenos da aprendizagem da matemática que envolvem três elementos chaves: professor, aluno e conhecimento matemático.

Outros pesquisadores também se utilizaram do referencial teórico da Didática da Matemática e suas contribuições na divulgação destes conceitos, posteriormente ao desenvolvimento desta teoria, tais como Pais (1999), Silva (1999), Iglioni (1999), D’Amore (2007), Machado (2008), Gálvez (1996).

### 3.2.1 Relações didáticas: um triângulo complexo e dinâmico

Tomando por base a teoria construtivista de Piaget, na qual o estudante aprende ao ser desafiado por uma situação, produzindo respostas novas a um meio permeado de contradições e dificuldades, Brousseau (1996) denomina de “situação didática”, aquela situação construída com a intenção de propiciar ao aluno, a aprendizagem de um determinado conteúdo matemático. O autor adverte que, para que haja a construção do conhecimento por parte do estudante, este tem que se envolver com a situação, ou seja, quando se envolve pessoalmente com o problema proposto. Não basta que o professor proponha um desafio e este será “naturalmente” aceito pelo aluno. E, ainda que este decida responder ao desafio, o professor deve estar ciente que esta primeira resposta está longe de ser a resposta final. Trata-se de alertar ao professor que o ato de induzir ao pensamento deve se fazer presente em uma situação didática, como elucidada:

A “resposta inicial” só deve permitir ao alunoutilizar uma estratégia de base com a ajuda de seus conhecimentos anteriores; porém, muito rapidamente, esta estratégia deveria mostra-se suficientemente ineficaz para que o aluno se veja obrigado a realizar acomodações- quer dizer, modificações de seu sistema de conhecimentos – para responder à situação proposta. (BROUSSEAU, 1996, p. 49).

Tal afirmação denota a importância de o professor planejar uma situação de aprendizagem capaz de raciocinar e de elaborar seus conhecimentos para responder a um desafio pessoal, como se fosse seu, sem propriamente responder a uma exigência do professor.

Há, segundo Brousseau (1996, p. 49), “uma grande diferença entre adaptar-se a um problema formulado pelo meio e adaptar-se ao desejo do professor”. Essa sutileza de percepção e de convencimento merece destaque, uma vez que acontece em um momento importante do processo de aprendizagem. O autor denomina “devolução”, ao momento em que o estudante considere uma situação de aprendizagem como uma necessidade independente da vontade do professor e a tome como sua, e vai recrutar esforços cognitivos para resolvê-la. Tais momentos fazem parte da didática do professor, que, ciente do seu papel nesse processo, assume uma posição epistemológica, resistindo ao impulso de dar respostas prontas, oferecendo contraexemplos e promovendo diferentes formas de pensar e representar o mesmo objeto matemático, conduzindo com eficácia as aprendizagens.

Para que as relações entre aluno, professor e conhecimento matemático se deem de forma a garantir a aprendizagem, Brousseau propõe uma estrutura, conforme a Figura 8, chamado de “contrato didático”.

Figura 8- Relações didáticas em forma de triângulo



Fonte: Elaboração própria.

Em se tratando da relação triádica acima, permitindo-nos relacionar a esse contexto a relação assimétrica (TARDIF; LESSARD, 2005) entre professor/aluno, como também entre aluno/saber e professor/saber. Essa “assimetria” confere ao professor um papel fundamental na relação didática: iniciar o estudante no novo saber científico, utilizando-se para isso situações propícias, inclusas no que o autor denomina contrato didático.

### 3.2.2 Contrato didático, transposição didática e noosfera

Quanto às múltiplas relações da figura 8, considera-se que estas geram expectativas e, tendo como ponto de partida uma intenção do professor ao ensinar, seria seu papel propor situações para dar sentido aos conhecimentos que serão ensinados. Nesse contexto, é esperado que aconteçam interações, permeadas por regras, implícitas na maioria das vezes, determinando quais as responsabilidades que devem ser atribuídas e negociações entre professor e estudantes na construção do saber matemático. Tais regras constituem o contrato didático (BROUSSEAU, 1986, 1996). Faz-se necessário, no entanto, que o professor, além de conduzir os processos de aprendizagem, aceite a responsabilidade pelos resultados e garanta ao aluno os meios efetivos de aquisição dos conhecimentos. Além disso, é desejável que o aluno aceite a responsabilidade de resolver problemas cuja solução não lhe foi ensinada, mesmo sem que se aperceba que, de forma indireta, lhe são apresentadas alternativas.

As expectativas que surgem de forma bilateral, entre professor e estudantes, tendo o professor a ciência da necessidade de intervir oportunamente em situações de aprendizagem, com a intenção de promover situações de reflexão, de mobilizar conceitos já concebidos para incorporar novos. Brousseau (2008, p. 9) chama atenção: “Esses hábitos específicos do professor, esperados pelos alunos, e os comportamentos destes, esperados pelo professor, que regulam o funcionamento da aula, constituem o contrato didático”.

O contrato didático não é um contrato pedagógico geral, pois depende estreitamente dos conhecimentos em jogo. Dessa maneira, nas situações didáticas, o professor é quem transmite ao estudante aquilo que pretende que ele faça, sendo então, obrigações recíprocas que se configuram em ações esperadas, as quais Brousseau (1996, p. 52) explicita:

- Espera-se que o professor crie condições suficientes para a apropriação dos conhecimentos e que reconheça esta apropriação quando ela se produz.
- Espera-se que o aluno seja capaz de satisfazer estas condições.
- A relação didática deve prosseguir, custe o que custar.
- O professor garante, pois, que as aquisições anteriores e as novas condições dão ao aluno a possibilidade da aquisição.

De acordo com as expectativas dos envolvidos em um contrato didático para o ensino do SND, estas relações coexistem, qualquer que seja o nome que se queira atribuir, com o compromisso (por parte de quem ensina) de salvaguardar a aprendizagem. O necessário é que o professor esteja ciente deste cenário de efervescência, aproveite as oportunidades e cumpra com os objetivos.

Espera-se que o planejamento possa prever muitos momentos descritos acima, porém as interações que irão surgir dependem da forma como o professor conduz o processo, e instigue toda e qualquer manifestação em torno da construção do saber. Pois, como afirma Brousseau (1996, p. 53), “o conceito teórico em didática não é, pois, o contrato (o contrato adequado, desadequado, verdadeiro ou falso), mas o *processo de busca de um contrato hipotético*”.

Corroborando à teoria das situações didáticas, Moreno (2008) salienta que, para aprender matemática, é necessário que as crianças se defrontem com problemas e que reflitam sobre os mesmos, de tal maneira que sejam capazes de construir o sentido dos conhecimentos, que, por sua vez, se efetivarão quando tais conhecimentos servirem de ferramentas para solucionar outros problemas. Em outras palavras, é importante a presença e efetiva participação dos componentes de um “jogo” com o sistema das interações em situações de ensino, objetivando promover aprendizagens de matemática, envolvendo escritas numéricas, símbolos e regras.

O pensamento de Brousseau se manifesta na inquietação de Lerner e Sadovsky (1996), ao considerarem um “problema didático” as questões de como as crianças compreendem e interpretam os conhecimentos vivenciados no seu cotidiano, no meio social-familiar de utilização da numeração escrita. Para as autoras, na tarefa de ensinar um sistema de representação será necessário criar situações que permitam mostrar a organização, as regularidades e propriedades do sistema, uma vez que este é composto de significados numéricos como a relação de ordem, propriedades e o valor posicional. Estando o professor ciente dessas estruturas e regras, da mesma forma que o contato com o SND não se restringe à escola, necessita propiciar situações de aprendizagem que lhe permita comparar, operar, ordenar, produzir e interpretar, que Brousseau (1996) denomina “situações didáticas”.

Nesse contexto, no contrato didático que se estabelece na aprendizagem deste sistema numérico, é esperado que o professor promova situações centradas na comparação vinculada à ordenação do sistema. Na perspectiva de Lerner e Sadovsky (2008), as crianças se aproximam do conhecimento do SND quando se deparam com problemas, levantam hipóteses e as comparam com opiniões de outras crianças, justificam e argumentam suas hipóteses, reelaboram seus conceitos, até que o professor institucionalize este conceito, no

momento adequado. Nesse momento, o professor, ciente de sua participação na tríade que envolve o contrato didático, conduz o processo em situações didáticas e a-didáticas.<sup>22</sup>

Da mesma forma que as situações didáticas contribuem para o objeto deste estudo, também se busca refletir sobre a transposição didática, que interfere fortemente nas práticas pedagógicas, por conseguinte, do ensino do SND.

O tema transposição didática está embutido nas práticas dos professores, de forma consciente ou não. Além disso, ela é única, pessoal e interfere de forma significativa nos processos de aprendizagem. O alerta que se faz trata do “empobrecimento matemático” nesses momentos de adaptação da linguagem Matemática para uma linguagem menos formal, ainda que com alguma intenção didática.

O National Council of Teachers of Mathematics (2000, p. 17-18), orienta para o Princípio do Ensino, que, para alcançá-lo, “os professores devem saber e compreender profundamente a Matemática que ensinam e ser capazes de utilizar os seus conhecimentos de forma flexível no decurso de suas atividades didáticas”. Tal orientação envolve os processos que vão desde a transposição didática até a escolha criteriosa na diversidade de estratégias pedagógicas e de avaliação (*National Commission of Teaching and America's Future*, 1996 apud NTCM, 2000). Chevallard define a transposição didática como sendo

Um conteúdo do conhecimento, tendo sido designado como saber a ensinar, sofre então um conjunto de transformações adaptativas que vão torná-lo apto a tomar lugar entre os “objetos de ensino”. O “trabalho” que, de um objeto de saber a ensinar faz um objeto de ensino, é chamado de transposição didática. (CHEVALLARD, 1991 apud PAIS, 2002, p. 16).

A trajetória que o saber percorre é permeada de influências que advém de diversas fontes, a iniciar pelo saber científico. Ao falar-se de transformações adaptativas, relaciona-se estritamente à seleção dos saberes que serão ensinados, que devem adentrar ao momento da aula, ser socializados e trabalhados, objetivando oportunizar situações nas quais os alunos se apropriem de saberes constituídos ou em vias de constituição, como afirma Brousseau (1986).

É concebida e aceita (tanto no meio educacional como nos escritos teóricos) a ideia de que existe algum tipo de adaptação do conhecimento quando vai ser ensinado. Porém, pela sua frequência (uma vez que esse processo é/precisaria ser realizado pelos professores em atuação), torna-se uma questão que merece destaque o estudo do processo evolutivo, porque passa a formação do seu objeto de ensino.

---

<sup>22</sup> Para Brousseau (1996), as *situações a-didáticas* são aquelas cujos momentos de aprendizagem se dão sem a interferência direta do professor, ou seja, quando o estudante é capaz de usar por ele mesmo o conhecimento que está construindo, sem a presença do professor.

Tal processo evolutivo sofre adaptações, para que o conhecimento científico se transforme em um saber escolar. Pais (2002) salienta a diferenciação que Brousseau (1988) faz entre conhecimento e saber: “o saber parece associado ao problema da validação do conhecimento, que, no caso da matemática, é a questão do raciocínio lógico-dedutivo”. Baseado na análise de Brousseau, Pais (2002, p. 15) afirma que “o conhecimento aparece vinculado mais ao aspecto experimental, envolvendo algum tipo de ação com a qual o sujeito tenha um contato mais pessoal”. Nesse contexto da transformação do saber ensinar até se transformar em um objeto de ensino requer do professor a ciência do que seus alunos já sabem e demonstrar competência didática para fazê-los evoluir.

Há de se considerar o ensino de forma cíclica, num processo evolutivo, e gradativo, principalmente em relação aos pré-requisitos. Na Matemática, não é diferente. A evolução e maturação cognitivas se dão a partir de estímulos, de interações que serão aceitas e codificadas, associadas à capacidade de estabelecer relações. O processo pelo qual a criança se apropria do conceito de número envolve níveis de abstração (KAMII, 1995) e do estabelecimento de relações de equivalência que devem ser cuidadosamente observadas e com ela trabalhadas. Oferecer atividades que propiciem momentos de abstração é extremamente importante, pois o conceito de número vai se construindo, gradativamente.

Sobre a diversificada fonte de influências que agem sobre o processo da transposição didática, Chevallard (1991) denominou de *noosfera*, como sendo “o conjunto das fontes de influências que atuam na seleção dos conteúdos que deverão compor programas escolares e que determinam todo o funcionamento do processo didático” (CHEVALLARD, 1991 apud PAIS, 2002, p. 17). A *noosfera* é composta por teorias e práticas, cientistas, professores, especialistas, autores de livros, políticos, uma vez que a atividade de selecionar objetivos, conteúdos, metodologias e recrutar recursos não são triviais, pois, como já citado, engloba aspectos políticos, didáticos, éticos, pedagógicos, além do posicionamento docente que cada professor adota para si.

Mais especificamente, voltando ao SND, o professor que ensina matemática exerce um trabalho seletivo da noosfera, no qual transita entre o saber científico e o saber a ensinar, sendo esta seleção iniciada principalmente através dos programas escolares e dos livros didáticos. Há que se ressaltar as adaptações que essa trajetória pode incorporar, chamadas *criações didáticas* (CHEVALLARD, 1991), que, motivadas por supostas necessidades de ensino, auxiliam em aprendizagens. Podem estas criações possuir, na maioria das vezes, uma finalidade educacional com uma intenção pedagógica. Porém, incorre-se no risco dessa adaptação acontecer de uma forma puramente automatizada, descontextualizada.

Há um conflito, nesse caso, que requer do professor, no decorrer do seu trabalho que exerça uma vigilância epistemológica em relação ao objeto que vai trabalhar: sua natureza, os elementos que a definem e é abordado didaticamente. O conflito vivenciado pelo professor perpassa a judiciosa escolha, dentro dos elementos do programa, à abordagem de uma matemática que possa ser útil e que possua significados.

Santaló (1996, p. 15) contribui em relação ao critério para a abordagem dos temas, ao afirmar: “o sentido da matemática deve ser um constante equilíbrio entre a matemática formativa e a matemática informativa. A primeira, mais estável e a segunda, muito variável segundo o tempo, o lugar e a finalidade perseguida pelos alunos”. Nessa perspectiva, é importante que o professor compreenda o valor formativo da matemática em todas as etapas escolares, como também fora da escola, em sociedade, e a traga para a sala de aula. É, pois, na sala de aula que as situações didáticas acontecem e o maior ou menor aproveitamento delas depende de variáveis como estudantes, professor e saber.

Gálvez (1996, p. 33), baseado na teoria das situações didáticas de Brousseau, ao se referir aos fenômenos relativos ao ensino da matemática, afirma: “trata-se de colocar os alunos diante de uma situação que evolua de forma tal, que o conhecimento que se quer que aprendam seja o único meio eficaz para controlar tal situação”. Dessa maneira, entende-se a importância das situações didáticas que dependem da forma de abordagem, que por sua vez depende da trajetória do saber, ocasionado pela transposição didática, interligada aos elementos da noosfera.

Tratou-se nesse capítulo de aspectos relativos à didática da Matemática. O professor, que trabalha com elementos do SND, além de dominar os conceitos, as regularidades e especificidades deste sistema numérico, precisa compreender as múltiplas variáveis que influenciam e determinam o tratamento de um objeto matemático para decidir, escolher, priorizar estratégias e dirimir o conflito teoria/prática, objetivando promover a construção do conhecimento.

O que se apresentou até aqui permite que se posicione no que diz respeito às práticas pedagógicas, cuja relação triádica apresentada na Figura 8 sustenta as interações necessárias para que sejam criadas condições suficientes para a apropriação dos conceitos, de forma gradativa e processual.

Para o próximo tema, serão analisados aspectos que compõem e se apresentam posteriormente às situações de transposição didática, com o objetivo de verificar a aprendizagem, o que fazer em caso de não aprendizagens, que intervenções devem acontecer, ou seja, aspectos relacionados à avaliação.

### 3.3 Avaliação da Aprendizagem

Identificar e compreender as causas que interferem no processo de ensino de Matemática dos estudantes do Ensino Fundamental, comprometendo a aprendizagem, tem sido um desafio para os educadores. Uma das maneiras do professor certificar-se da evolução do aprendizado é a reflexão sobre os momentos ocorridos em situações didáticas, identificando o que foi produtivo, progrediu, contribuiu para a aprendizagem, bem como a ação didática que não foi frutífera. A avaliação é o caminho para isso.

O tema “avaliação da aprendizagem”, suas implicações e suas concepções, tem sido objeto de pesquisa de estudiosos da educação, por estar tão presente no cotidiano de sala de aula e, sobretudo, por identificar ou mapear dificuldades de aprendizagem. Porém, para que essas ações (de mapeamento de dificuldades e/ou avanços nos temas) se deem de forma eficaz, é necessário que os professores compreendam avaliação como um instrumento auxiliar de aprendizagem.

Nos ambientes escolares ocorrem, muitas vezes, distorções e diferentes interpretações acerca da avaliação, sobretudo por parte dos professores que atribuem um caráter ameaçador, ou um acerto de contas no momento da prova, supervalorizando as notas ou agindo de forma autoritária.

A avaliação da aprendizagem, quando realizada de maneira ampla e responsável, é capaz de diagnosticar o que os estudantes aprenderam, ou não, necessitando que seja retomando o tema não aprendido, utilizando outra forma de abordagem. A avaliação demanda um sério compromisso do professor diante das diferenças individuais. E o maior dos impasses: o que fazer diante da evidência de uma aprendizagem pouco satisfatória? Quais estratégias utilizar? Ainda se faz necessário praticar a avaliação usando vários instrumentos e não exclusivamente a “prova”.

Luckesi (2003), ao tratar a avaliação como um instrumento de democratização, ressalta que estamos longe do ideal. A começar pelo sistema educacional ter como premissa que o acesso aos bancos escolares é um direito de todos. Os que ingressam encaram a dificuldade de permanecerem e finalizarem os estudos, condição para se instrumentalizarem e exercerem sua cidadania. Ora, se a avaliação fosse realizada de maneira a sinalizar a qualidade do ensino, mapear lacunas de forma efetiva, levantaria as dificuldades a ponto de se comprometer com os estudantes que não estivessem acompanhando e usaria estratégias de recuperação. Assim, poderia garantir a aprendizagem de forma plena, oportunizando o avanço nas séries e a consequente terminalidade.

Para Luckesi (2010, p. 69), avaliação é “um juízo de qualidade sobre dados relevantes, tendo em vista uma tomada de decisão”. O autor esclarece que o juízo de qualidade se refere à “qualidade do objeto que está sendo ajuizado”. Os dados relevantes dizem respeito ao referencial, aos aspectos da realidade nos quais se manifestam as propriedades “físicas” da aprendizagem. “Quanto à tomada de decisão, está relacionado à ação, o que fazer diante da ciência de que o sujeito aprendeu ou, que não aprendeu”. Tal afirmação nos leva a refletir a que ponto a avaliação que está sendo conduzida nas escolas dá conta dessa plenitude, sobretudo em cumprir sua principal função de promover e salvaguardar a aprendizagem. Em virtude desses questionamentos, Luckesi (2010) considera uma nova perspectiva em torno da avaliação diagnóstica, em detrimento da avaliação classificatória. Sob a ótica da avaliação diagnóstica, avaliar passa a ser um elemento que colabora no processo de ensino e aprendizagem, que não mais exclui nem classifica, mas torna visível a lacuna e aponta caminhos para a efetiva aprendizagem.

Outras denominações de avaliação vêm sendo propagadas na tentativa de elucidar, esclarecer e direcionar estudos para a busca de alternativas para minorar problemas que envolvem a avaliação, nos diferentes estágios escolares, tais como: avaliação formativa (PERRENOUD, 1999), avaliação mediadora (HOFFMANN, 2006), avaliação diagnóstica (LUCKESI, 2010), avaliação formativa alternativa (FERNANDES, 2006).

Hoffman (2006), que acredita numa prática inovadora de avaliação não somente no Ensino Fundamental, mas no Ensino Médio e nos cursos Superiores, alerta para o caráter dialógico que a avaliação deve ter. Para ela, a prática da avaliação classificatória - na qual o foco está no resultado - deve deixar de existir, e que passe a ser comum a prática da avaliação mediadora. Segundo a autora:

O significado primeiro e essencial da ação avaliativa mediadora são o “prestar muita atenção” na criança, no jovem, eu diria “pegar no pé” desse aluno mesmo, insistindo em conhecê-lo melhor, em entender suas falas, seus argumentos, teimando em conversar com ele em todos os momentos, ouvindo todas as suas perguntas. (HOFFMANN, 2006, p. 28).

Tal afirmação pondera que ações simples, porém eficazes, caracterizam uma avaliação que busca mais que o aprendizado de conceitos e conteúdos, mas se volta para o olhar do professor, objetivando promover o desenvolvimento da autonomia do estudante. Nessa ação dialógica e compartilhada do saber, o professor é o responsável por favorecer oportunidades de aprendizagem plena, em que o estudante possa ser ouvido na sua mais sincera demonstração de não aprendizado, sem que isso o situe numa condição de inferioridade.

Fernandes (2006, p. 22) esclarece o sentido a ser dado sobre avaliação, ao afirmar que “mudar e melhorar práticas de avaliação formativa implica que o seu significado seja claro para os professores, tanto mais que são muito fortes e complexas suas relações com os processos de ensino e de aprendizagem”. Assim sendo, torna-se claro o caráter dinâmico de idas e vindas, muito diferente da concepção que ainda existe a respeito de atrelar-se a avaliação a um único instrumento: a prova.

### 3.3.1 Avaliação formativa

Para Perrenoud (1999), a avaliação - que é muito diferente dos instrumentos avaliativos - que se vislumbra como ideal, é chamada avaliação *formativa*. Nesse contexto, a avaliação está longe de ser estática, mas sim acontecer de forma contínua, de ir e vir, de análise, ação e revisão, agindo de forma a retroalimentar o processo, não apenas no final, mas durante os momentos de aprendizagem. Para Perrenoud (1999, p. 103), “é formativa toda avaliação que ajuda o aluno a aprender a se desenvolver, ou melhor, que participa da regulação das aprendizagens e do desenvolvimento no sentido de um projeto educativo”. Nessa perspectiva, a ênfase se volta para a observação do professor, de maneira a intervir nos processos de aprendizagem, tendo o domínio e ciência da forma não linear que se comportam os caminhos que levam à aprendizagem, com tentativas e erros. O autor denomina a *observação formativa*, que “permite orientar e otimizar aprendizagens em curso sem preocupação de classificar, certificar, selecionar” (PERRENOUD, 1999, p. 104).

Para que a avaliação formativa se concretize, há que haver a regulamentação, ou seja, um movimento que busque estabelecer de estratégias, ajustes, para reconstruir uma situação didática, visando atingir o sujeito da aprendizagem, de forma clara, mas diferente de outras abordagens anteriores que, muitas vezes, não conduziram o estudante ao objetivo comum e maior: a aprendizagem.

Desprebiteris (2001) salienta que avaliar ainda é confundido com medir, e logo se associa avaliação à nota. A atribuição de uma nota em um instrumento de avaliação, muitas vezes desprovido de critérios e objetivos claros, possui um caráter eliminatório, excludente, desconsiderando o aspecto educacional de orientação do estudante. No aspecto operacional, avaliação e planejamento, segundo a autora, não podem nem devem se dissociar. No momento do planejamento precisaria definir-se as atividades avaliativas, baseadas numa relação dialógica entre estudante e professor. Nesse sentido, a autora elucida a abrangência da avaliação, não estando restrita à simples atribuição de notas de acordo com o desempenho dos

estudantes. Buscando interconectar as diferentes componentes em um processo educativo, se delineiam questões de ordem políticas e filosóficas, até mais específicas, de como elaborar o planejamento, plano de ensino, traçar objetivos com o objetivo macro que é promover a plena aprendizagem. Sobre essa dialética da avaliação:

A reflexão encaminha também para a ideia de que a medida da qualidade em educação não deve ficar limitada análise dos desempenhos dos educandos, refletidos, na maioria das vezes, em dados numéricos ou conceituais e não na descrição das habilidades que estão sendo desenvolvidas. Na verdade, é necessário tecer a trama de variáveis que caracterizam esses resultados e lhes dão significado. (DESPREBITERIS, 2001, p. 139).

O ato de avaliar é uma ação contínua, estando o professor alerta aos avanços e percalços pelos quais o estudante ou um grupo de estudantes enfrentam em relação ao objeto.

Em se tratando do SND, para cada série, distintos aspectos podem ser explorados, com diferentes níveis de dificuldades. Para as crianças das séries iniciais, 2º ano, por exemplo, podem ser exploradas situações de comparação de números, situações de escrita numéricas e/ou faladas, nas quais as crianças se expressam oralmente de forma a argumentar suas estratégias, ou escrevem o que lhes é solicitado, sendo recomendável nas séries mais avançadas oferecer situações de decomposição de um número, ou nas operações de soma e subtração, por exemplo.

Em relação às situações didáticas, o professor que propõe um problema ao estudante, que se apropria dele como sendo seu, tem oportunidade de detectar, considerando argumentos, conjecturas e interações, o que de fato está sendo aprendido. Este tipo de avaliação é possível mediante a vigilância do professor. O contrato didático diz respeito às relações entre aluno, professor e saber, mas inclui a avaliação desse saber em questão. O professor, ciente dessa relação envolvida no contrato didático, é “afetado” na forma de avaliar, pois de forma constante desenvolve mecanismos de perceber se o estudante está aprendendo ou não.

Para Luckesi (1997), a avaliação propicia um direcionamento das ações e expectativas dos estudantes, também fornecendo elementos para repensar e replanejar e novas ações por parte do professor. Da mesma forma, podemos considerar o contrato didático como um instrumento teórico que possibilita interpretações de situações de sala de aula, propiciando reflexões sobre o próprio planejamento de situações.

A avaliação dentro do contexto de um contrato didático não foi tratada de forma explícita por Brousseau (1996). Considerando o contrato didático o conjunto das condições que determinam quase sempre implicitamente as relações de ensino e aprendizagem, tal contrato pode estar permeado de situações que conduzam à avaliação formativa, pois como

tal, deve procurar se desvencilhar do caráter classificatório e seletivo (PERRENOUD, 1999). A avaliação formativa deve ser capaz de reconstruir o contrato didático contra os hábitos adquiridos. Podendo ser interpretada, nesse caso, como um possível momento de manifestação concreta das relações recíprocas que compõe o contrato didático. As avaliações servirão para “calibrar” as posteriores relações do triângulo didático de Brousseau (1996), perpassando por relações de confiança entre professor e estudantes, já que a avaliação formativa (que se acredita ser a ideal) documenta e devolve o saber trabalhado pelo professor e estudantes. É a partir dos dados revelados pela avaliação que novas relações dentro do contrato didático irão se formar.

Brick, Ferreira e Sena (2016, p. 50) explicitaram as relações entre contrato didático e avaliação escolar, a partir de uma revisão de literatura. A pesquisa concluiu que: “modificações na avaliação suscitam mudanças no contrato didático, assim como modificações efetivas no contrato didático seriam condicionadas por efetivas mudanças nos conteúdos e nas formas de avaliação”.

Apresentados os aspectos teóricos que alicerçaram o estudo, parte-se agora para os procedimentos e opções metodológicas da pesquisa, apresentadas no próximo capítulo.

## 4 PROCEDIMENTOS E OPÇÕES METODOLÓGICAS

O ponto de partida para a trajetória metodológica foi a natureza do problema que se quis estudar, envolvendo objeto da aprendizagem (SND) e o professor como condutor e mediador do processo. Com essa perspectiva optou-se pelo estudo de campo (GIL, 2019), com abordagem qualitativa. Nesse contexto, a descrição, a análise e a interpretação dos fenômenos compõem os elementos básicos no processo, uma vez que se procurou englobar o conjunto de “estratégias” com essa abordagem (BOGDAN; BIKLEN, 1994).

Considera-se natural que, em função da problemática que se pretende responder, haja uma “focalização progressiva” (STAKE, 1981 apud LÜDKE; ANDRE, 1986) voltada para os objetivos principais da pesquisa, deixando claros os focos específicos da investigação, para que a tarefa analítica e interpretativa possa dar sentido aos materiais recolhidos.

Neste capítulo são descritos os caminhos percorridos, as opções metodológicas, instrumentos, procedimentos utilizados, bem como a análise e interpretação dos dados.

### 4.1 Fundamentos da pesquisa

Em uma pesquisa qualitativa, destacam-se alguns aspectos constituintes de sua abordagem: ser ela descritiva, analítica, interpretativa; a centralidade do papel do pesquisador, bem como considerar o processo relevante, e não apenas os resultados/dados obtidos.

Segundo Bogdan e Biklen (1994, p. 16), “a pesquisa qualitativa em educação assume muitas formas e é conduzida em múltiplos conceitos”. Com essa perspectiva, foram observados os eventos, relações, ações e reações no universo de sala de aula. O que se pretendeu, coadunando com a concepção de Bogdan e Biklen (1994, p. 16), foi buscar a “compreensão dos comportamentos a partir da perspectiva dos sujeitos da investigação”.

A análise qualitativa requer idas e vindas constantes, até que se tenha maior clareza ou até que emergjam elementos o suficiente para esgotá-la. Salienta-se o caráter flexível desse processo, uma vez que as categorias escolhidas podem ser modificadas ou desenvolvidas novas, com vistas a apurar de forma intensa os dados para obter as respostas, e consequentes análises.

Conforme Lüdke e André (1986), pesquisas qualitativas em educação sugerem que a atenção do investigador possa se voltar para o maior número possível de elementos presentes na situação estudada, pois um aspecto supostamente trivial pode ser essencial para melhor compreensão do tema da pesquisa.

Demo (1985, p. 30) observa que o propósito de uma pesquisa é, sobretudo, atribuir um caráter científico ao objeto, saindo da superficialidade, do senso comum, buscando a “demarcação científica”, indo além do óbvio, sendo capaz de categorizar os elementos da pesquisa, decifrar muito bem os registros descritivos, interpretá-los à luz de referenciais teóricos para que as análises sejam assertivas, relevantes, com a criticidade e o rigor necessários.

Dessa maneira, buscou-se, à luz do referencial teórico acerca do número, do SND, da formação do professor e da aprendizagem, compreender a prática pedagógica sobre o SND e seus desdobramentos ao longo das diferentes séries.

#### 4.1.1 Método dialético: procedimento/abordagem

“A ciência busca capturar e analisar a realidade, e o *método* faz com que o pesquisador consiga atingir seus objetivos” (DEMO, 1985, p. 20). Não se faz ciência sem um método e este, por sua vez, não é capaz, por si só, de produzir ciência. Desta maneira, o método dialético foi escolhido para a abordagem/procedimento, uma vez que tende a analisar os fenômenos através de sua ação recíproca, da contradição inerente ao fenômeno e da mudança dialética que se vê ocorrer na natureza e na sociedade como um todo.

Lakatos e Marconi (1985, p. 97) esclarecem “as coisas não são analisadas na qualidade de objetos fixos, mas em movimento: nenhuma coisa está “acabada”, mas encontrando-se sempre em vias de transformar, desenvolver”. Os fenômenos sociais englobam também o “micromundo” chamado escola, onde o que acontece, dentro e fora da sala de aula, envolve sujeitos de diferentes “categorias”: estudantes, professor, coordenação, direção, pais e funcionários.

No contexto da escola, as relações sociais permeiam e envolvem o sujeito do conhecimento, como um sujeito coletivo, cultural. O professor participa desse processo na coletividade (junto com seus pares) e na individualidade ao preparar, organizar e ministrar suas aulas. A dialética, nesse contexto, permite enxergar o sujeito que aprende, que ensina, que interage, descortinando as inter-relações entre o que compreende e o que ensina, entre sua formação e sua prática pedagógica. Essa relação dialógica entre o professor e o SND, considerando suas práticas pedagógicas, é considerada como o fio condutor do fenômeno pesquisado.

Lakatos e Marconi apresentam as leis que fundamentam o método dialético. São elas:

- a) ação recíproca, unidade polar ou “tudo se relaciona”
- b) mudança dialética, negação da negação ou “tudo se transforma”
- c) passagem da quantidade à qualidade ou mudança qualitativa
- d) interpenetração dos contrários, contradição ou luta dos contrários. (LAKATOS; MARCONI, 1985, p. 97).

A dialética foi escolhida porque se baseia na argumentação, discussão, confronto de ideias. Segundo este método, tudo o que existe se relaciona, ou seja, há uma ação recíproca. De igual modo, nada escapa à mudança, ou seja, tudo está em constante transformação.

Gil (2019) complementa essa visão ao se referir aos objetos e fenômenos que podem apresentar aspectos contraditórios, mas estão organicamente unidos e constituem a indissolúvel unidade dos opostos, considerando a “luta” dos opostos como sendo a fonte do desenvolvimento da realidade.

## **4.2 Técnicas e Instrumentos de coletas de dados**

A escolha da técnica de pesquisa e métodos adequados para a coleta de dados é necessária diante da gama de opções. O cuidado deve haver para atender a questão e aos propósitos da pesquisa, considerando as potencialidades e eventuais restrições.

Além da escolha de técnicas, deve se considerar a posterior articulação dos métodos com as questões de investigação formuladas. Para tanto, a recolha de dados consistiu de diferentes etapas, que são: entrevistas com as professoras, observação, avaliação diagnóstica, autoscopia e intervenção.

Adotar diferentes e variados métodos de investigação contribuiu para o estudo de um fenômeno na sua fonte, no seio dos acontecimentos, buscando tanto o sentido desse fenômeno quanto interpretar os significados. Conforme Lakatos e Marconi (2019, p. 116), “os métodos de procedimento muitas vezes são utilizados em conjunto, com a finalidade de obter vários enfoques do objeto de estudo”. Esse conjunto de métodos foi utilizado como forma de coleta de dados e sua aplicação se deu em dois países, Brasil e Portugal, num período de dez meses, aproximadamente. Em relação às observações, estas ocorreram de acordo com o Quadro 6.

Quadro 6 - Quantidade de observações

Brasil	Escola A: oito (tempo: 2 aulas com 50 minutos)	Escola B: nove (tempo: 2 aulas com 50 minutos)
Portugal	Escola C: dez (tempo: 2 aulas com 50 minutos)	Escola D: nove (tempo: 2 aulas com 50 minutos)

Fonte: Elaboração própria.

#### 4.2.1 Entrevista com as professoras e observação

Durante o desenvolvimento do presente estudo, foram realizadas entrevistas (Ver roteiro no Apêndice E). Há questões que estão diretamente ligadas ao objeto de estudo, procurando levantar elementos acerca da prática pedagógica, da experiência docente e da visão das professoras sobre o ensino do SND e seus desdobramentos, conforme a série em que atuam. Dois aspectos foram especialmente cuidados pela entrevistadora, dado o caráter assimétrico dessa abordagem: o entrevistador, que busca colher dados e o entrevistado, que é a fonte de informação. Caso o entrevistado sinta-se desmotivado ou sem compreender o significado das perguntas, procurou-se estruturar as mesmas de modo a conseguir informações da forma mais completa possível. (GIL, 1991; LÜDKE; ANDRÉ, 1986).

As entrevistas foram realizadas em mais de um momento, como por exemplo na conversa inicial, na devolutiva da avaliação diagnóstica e com a autoscopia (com apenas uma professora). Em Portugal, a conversa inicial se deu informalmente, em espaços sugeridos pelas próprias professoras.

Para Lakatos e Marconi (1996), a observação individual é uma técnica realizada por um só observador, sob a sua ótica em relação ao que está sendo visto, quais são os eventos reais e quais são as interpretações. Tais momentos não se resumem apenas em ver e ouvir, mas são compostos de análise de fatos ou fenômenos que se deseja estudar. Procurou-se usar os sentidos para a percepção dos fatos, reduzindo ao máximo a subjetividade, com foco nos aspectos matemáticos, dentro dos pressupostos do estudo.

Nas situações de observação, buscou-se considerar cada momento importante. Afinal, ser “investigador significa interiorizar-se o objetivo da investigação, à medida que se recolhem os dados no contexto. Conforme se vai investigando, participa-se com os sujeitos de diversas formas” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 128). As observações tinham por objetivo obter informações sobre as práticas pedagógicas e os encaminhamentos em relação aos tópicos relacionados ao SND.

Os registros foram estruturados de duas formas: registro aberto feito em um caderno, como também a grade fechada, ou grelhas de observação, previamente elaboradas e definidas algumas categorias, de acordo com os objetivos (Apêndice F).

As observações duravam em torno de noventa a cem minutos, ocorrendo uma vez por semana. Dependendo das atividades da semana e da impossibilidade de alguma data por motivos de atividades extraclases, foram realizadas (duas vezes) duas observações na mesma semana. As observações tiveram início no mês de abril de 2018, até junho, ocorrendo o último encontro em agosto.

Durante as observações, ficava-se no fundo da sala, procurando ser o mais “invisível” possível, de modo a não interferir no andamento das atividades a serem desenvolvidas. Nas séries observadas (5º ano e 9º ano no Brasil, 4º ano e 9º ano em Portugal), por mais que se mantivesse discreta e, em silêncio, os estudantes já cumprimentavam a pesquisadora, demonstrando saber o seu nome e que já estavam à sua espera. Nos segundos anos, as crianças de forma muito espontânea, a recebiam com beijos e abraços.

Foi combinado previamente que as observações aconteceriam no mesmo dia e no mesmo horário de aula, salvo exceções. O número de observações variou de acordo com os dias da semana em que havia aulas de Matemática, bem como a disponibilidade das professoras em função do planejamento.

As anotações feitas procuravam registrar o que era relevante, indo dos conteúdos matemáticos até o gerenciamento de conflitos, bem como atividades envolvendo a participação maciça dos estudantes, pois de acordo com Bogdan e Biklen (1994, p. 16), a investigação não pode ser feita só em razão dos resultados. Muito mais que isso, o que se busca é “a compreensão dos comportamentos a partir da perspectiva dos sujeitos da investigação”. Nesse contexto, a aprendizagem é influenciada por uma rede de fontes, podendo assim os aspectos relacionais e sociais interferirem nesse processo, motivo pelo qual se entende que há uma correlação entre os eventos (de ordem relacional) observados com o que se pretende investigar.

A seguir, aborda-se como se deu a aplicação da avaliação diagnóstica, nos dois países.

#### 4.2.2 Avaliação Diagnóstica: Brasil e Portugal

Esta etapa da pesquisa aconteceu concomitante às observações. A avaliação diagnóstica<sup>23</sup> teve por objetivo “mapear” os conhecimentos matemáticos referentes ao SND, de forma direta ou indireta. Conforme já explicitado, houve um processo de validação do instrumento, com a participação de professoras de diferentes séries e estados brasileiros. Sendo combinada previamente, numa data em que o planejamento de cada uma das professoras permitisse, a avaliação diagnóstica foi aplicada aos estudantes sem aviso prévio. Foi explicado que fazia parte de um processo de investigação e que não seria computada nos mecanismos de avaliação da escola.

Respaldados no conceito de que “a avaliação deverá ser assumida como um instrumento de compreensão do estágio de aprendizagem em que se encontra o estudante, tendo em vista *tomar decisões* suficientes e satisfatórias para que possa avançar no seu processo de aprendizagem” (LUCKESI, 2011, p. 81), consideramos que os resultados, obtidos na avaliação diagnóstica, balizariam as ações futuras.

Os estudantes tinham 100 minutos para responderem à avaliação diagnóstica. A orientação para todos foi que não colocassem nomes, para evitar algum tipo de exposição e de identificação, sempre respeitando a individualidade dos sujeitos, sem expô-los a nenhuma situação de constrangimento, como alertam Lüdke e André (1986). A seguir, apresenta-se de forma mais detalhada os momentos de aplicação deste instrumento.

Nos 5<sup>os</sup> anos no Brasil os estudantes se mostraram animados com a avaliação. Em quantidades menores (em uma turma de 25 estudantes, em torno de dez), levantavam os dedos para perguntas. A professora advertiu que, caso fosse alguma questão de interpretação, não poderia ser respondida.

Nos 9<sup>os</sup> anos, a avaliação foi recebida com menos de entusiasmo, sendo que alguns deles (cinco estudantes) perguntaram se “valia nota ou não”. Da mesma forma que na série anterior, houve uma explicação prévia sobre o instrumento, e que se contava com a participação de todos.

Nessa etapa, também perguntaram se poderiam utilizar calculadoras. A resposta foi negativa, com o argumento de que a máquina poderia mascarar eventuais dificuldades de cálculos necessários ao desenvolvimento das questões da avaliação. Em determinados momentos, percebeu-se os estudantes envolvidos nos cálculos, rabiscando, apagando,

---

<sup>23</sup> Vide Apêndices G, H, I, J, K.

refazendo. Tais ações contrapuseram o aparente desânimo inicial, demonstrando que o grau de envolvimento dos mesmos com a atividade avaliativa foi aumentando com o passar do tempo. Ao final da avaliação, os estudantes perguntaram como seria a divulgação dos resultados, se os mesmos seriam comunicados e se teriam o *feedback*, pois estavam curiosos.

Em Portugal, aplicou-se a mesma avaliação diagnóstica para as turmas nas escolas em Braga. Teve-se o cuidado de verificar os termos que, mesmo escritos em Língua Portuguesa, poderiam ter outro significado, como a utilização do substantivo *equipe* no Brasil, se chama *equipa* em Portugal, além de outros. Para essa adaptação, contou-se com a ajuda do professor orientador, que revisou todas as avaliações em relação à adequação dos termos.

No 4º ano, o tempo de duração foi uma hora e dez minutos. Com o passar do tempo, quatro crianças demonstraram impaciência, querendo “espiar” na folha do colega ao lado. À medida que iam terminando a atividade, as crianças se dirigiam à estante, retiravam um livro e iam se entretendo com a leitura.

No 9º ano, diferentemente do Brasil, não houve questionamentos sobre a utilização de calculadora. Na questão que envolvia o material dourado, cinco alegaram não conhecer o material dourado. Em relação aos cálculos, foi solicitado que não apagassem, mas que deixassem as continhas na folha. Aos poucos os estudantes iam entregando a avaliação e retomando as atividades da aula.

A aplicação das avaliações transcorreu como se esperava, com uma mescla de reações que foram desde a curiosidade, passando pela insegurança, até que aos poucos foram se envolvendo e realizando a atividade até o final. Após a realização da avaliação, os estudantes discutiram entre si, os acertos, resultados, dúvidas, demonstrando que o instrumento de avaliação utilizado (teste escrito) desencadeia reações diversas, que variam desde a aparente insatisfação de não ter conseguido acertar (tendo a resposta do colega como referência), até a demonstração de alegria de sua resposta ter coincido com vários colegas da classe.

Tendo sempre em vista “a pergunta” que motiva este estudo, que é compreender as práticas pedagógicas do SND a partir de suas concepções, considera-se a autoscopia uma oportunidade de reflexão e melhor compreensão destas práticas. É o que será explanado a seguir.

#### 4.2.3 Autoscopia

Além das sessões de observação, a utilização de filmagens foi aceita por apenas uma professora no Brasil e as de Portugal.

A autoscopia é considerada uma técnica de pesquisa e de formação, com dois momentos cruciais: a filmagem e a posterior análise reflexiva com o sujeito da investigação e com o observador. Na técnica da autoscopia, “o indivíduo se vê em ação, o que permite o retorno da imagem e do som, retorno da informação, possibilitando uma modificação da ação pela percepção de causas e efeitos” (LINARD, 1980 apud SADALLA; LAROCCA, 2004, p. 421). Assim sendo, esta proposta de autoanálise permite um aprofundamento acerca da ação docente, sob o encaminhamento de quem assiste, provocando uma reflexão acerca de sua própria prática.

Conforme a Divisão de Estudos CNFF (2006), a autoscopia consiste num processo de autoanálise que permite ao indivíduo rever-se na ação e conhecer-se melhor, tomando consciência dos seus pontos fortes e fracos, a fim de se aceitar e melhorar. A técnica foi desenvolvida em 1967, pelo Centro de Audiovisuais da escola Normal de Saint Cloudt, na França.

A técnica da autoscopia envolveu, nesta pesquisa, um cenário (a sala de aula), o ator (professora) e a trama que compõe a situação (a prática pedagógica). Por meio da videogravação, busca-se apreender as ações do ator, em distintos momentos. Em posse desse material filmado, o próximo momento consistiu de uma análise conjunta e reflexiva, com a verbalização do ator e do observador, durante a análise das cenas filmadas. Da mesma forma que se faz necessário o uso de um roteiro que guie a entrevista através dos tópicos principais a serem descobertos (LÜDKE; ANDRË, 1986), assim também, na autoscopia foi necessária a elaboração de categorias, para que se pudesse analisar. Com o objetivo de identificar, descrever e analisar a ação docente e, sobretudo uma oportunidade de se confrontar com sua imagem, rever seu comportamento destacando aspectos positivos e pontos a melhorar.

Para a reflexão sobre as observações, conforme Divisão de Estudos CNFF (2006), obra que explica sobre a autoscopia, algumas categorias foram previamente elencadas, para direcionar as análises. As categorias escolhidas foram: domínio do assunto, tópicos do SND, comunicação dos objetivos, utilização de recursos pedagógicos, confiança, interação com a turma, dinamismo, fechamento da aula, uso do tempo.

As professoras alegaram não se sentirem à vontade para este momento, que não gostariam de ver-se depois. A proposta para a autoscopia foi feita mais de uma vez, inclusive, depois de alguma convivência com as mesmas. Cada uma à sua maneira manteve a recusa para participar.

Em Portugal, filmagens transcorreram de forma tranquila. Em cada uma das turmas, a filmagem foi feita: do fundo da sala para a lousa, com celular, ficando o mais “imóvel”

possível. Para todos os estudantes foi explicado que se filmaria a sala de aula, mas o interesse da filmagem era apenas na professora, na sua prática pedagógica e que não haveria nenhum registro de suas imagens. Há que se observar que, tanto no Brasil como em Portugal, as filmagens causaram estranheza nos estudantes. Percebeu-se algum cochicho, sobre a filmagem, entre eles, inclusive causando distração, ainda que somente nos momentos iniciais da filmagem. Essa estranheza (e o desconhecimento por parte das professoras) revela também que esta técnica, que direciona o olhar investigativo aos professores dentro da sala de aula, não é muito comum.

De acordo com Guba e Lincoln (1981 apud LÜDKE; ANDRÉ, 1986), as alterações que a presença de um pesquisador pode ocasionar no ambiente pesquisado não são tão grandes assim, no entanto, estes autores chamam atenção do pesquisador, se “o seu envolvimento intenso está levando a uma visão parcial e tendenciosa do fenômeno” (GUBA; LINCOLN, 1981 apud LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p. 27). Os autores orientam para que se tenha o cuidado com o envolvimento, para evitar distorções e que a subjetividade do pesquisador afete a análise.

Considerando os procedimentos adotados para atingir os objetivos propostos, a pesquisa contempla um momento em que a pesquisadora propõe atividades junto aos alunos, com o acompanhamento da professora da classe, que se chamará de intervenção. Descreve-se a seguir o desenrolar desta etapa da pesquisa.

#### 4.2.4 A intervenção

Inicialmente, a intervenção fazia parte do desenho de pesquisa, que com o desenrolar do trabalho, sofreu alterações. Foram encontradas algumas dificuldades como: o cronograma de atividades das escolas, resistência por parte de algumas professoras e as questões de ordem prática, como o tempo. Houve a aplicação das intervenções nas quatro turmas observadas, tanto no Brasil quanto em Portugal, mas não foi possível observar seus desdobramentos. As atividades propostas envolveram o valor posicional do SND, e maneiras de se agrupar os números em outras bases. Procurou-se propor atividades que requeressem algum conhecimento matemático básico em relação às formas de agrupar algarismos e formar um número. Antes da aplicação, a intervenção foi planejada com as professoras, explicitando-se quanto tempo seria necessário, quantas e quais atividades seriam desenvolvidas.

Nas escolas do Brasil, as intervenções aconteceram após as férias de julho, nos momentos de aula, com cerca de 100 minutos para as atividades. Os estudantes foram

avisados no momento da aula e prontamente se dispuseram a participar. Para os estudantes dos quartos e quintos anos, a proposta foi recebida com naturalidade. Os mais velhos, estranharam realizar algo diferente, fora do tema da aula. Os estudantes do 5º ano começaram “acanhados”, mas aos poucos foram se deixando envolver pela atividade. De início, foi pedido que agrupassem as carteiras e já lhes parecia natural agruparem-se, dividir a turma em equipes para “trabalhar” dessa maneira.

As atividades propostas foram três<sup>24</sup>, sendo utilizados os mesmos materiais para todas as séries, mudando-se as propostas, com diferentes graus de dificuldades. Iniciando-se com “Numerais Vivos”, “Jogo do nunca dois<sup>25</sup>”. Salienta-se que esta atividade foi a que causou mais estranheza, por induzi-los a trabalhar com outro tipo de agrupamento, ou outra base. As discussões foram maiores, sendo necessária a intervenção da pesquisadora, pois a professora, nesse momento pediu auxílio, alegando desconhecer esse “jogo”. Foi necessária a explicação para todos, da forma diferente de agrupar e de trocar (afinal, nunca dois!). Tal atividade foi a mais demorada, com a necessidade da intervenção da pesquisadora de forma mais intensa.

Em Portugal<sup>26</sup>, as intervenções aconteceram após o retorno dos feriados natalinos. A participação das professoras na fase anterior ao momento da intervenção foi mais efetiva. Todas as três comentaram as atividades, propuseram retirar ou adequar ao tempo destinado às mesmas. Em duas séries 4º e 6º ano, a atividade, anteriormente preparada para duas aulas, estendeu-se ao dia seguinte, sendo destinadas quatro aulas. As professoras se envolveram, participaram, deram opiniões e aplicaram as atividades de forma conjunta. Com a experiência já vivida no Brasil, decidiu-se por desenvolver duas das três atividades já realizadas. As crianças foram receptivas e desenvolveram as atividades “Números Vivos” e o jogo “Nunca Dois”.

Da mesma forma que no Brasil, a atividade “Números Vivos”, suscitou discussões sobre a forma de agrupamento e a posição dos algarismos dentro de um número, propiciando um completo engajamento da turma na atividade.

Para o jogo dos “Nunca dois”, as professoras de Portugal também alegaram desconhecer essa atividade e requerido da pesquisadora que expusesse a atividade com exemplos, até o final da atividade, que com nove palitos, por exemplo, resultava em  $(1001)_2$ .

Assim sendo, tem-se:  $9 = 1x2^3 + 0x2^2 + 0x2^1 + 1x2^0$ . Tal representação justifica o que se explicitou no capítulo 5 desse trabalho, quando se apresentou o seguinte somatório:

---

<sup>24</sup> Vide apêndice L.

<sup>25</sup> O detalhamento destas atividades encontra-se no Apêndice N.

<sup>26</sup> Vide apêndice M.

$$a = x_{n-1}.B_{n-1} + x_{n-2}.B_{n-2} + \dots + x_2.B_2 + x_1.B_1 + x_0.B_0$$

Em relação à escolha e aplicação desta atividade, Vergnaud (2009, p. 173) considera importante que o estudante trabalhe com outras bases, sobretudo as menores (base três, base quatro): “as bases pequenas permitem bem compreender as operações em jogo, sem que haja a interferência da dificuldade suplementar de lidar com um número muito grande de objetos”.

Ao final da atividade (na aula seguinte), os estudantes demonstraram estar já familiarizados com a notação zero e um, que compõem a base dois. Uma vez compreendida a lógica do sistema de base dois, a pesquisadora estabeleceu um paralelo com esse sistema e o nosso SND, com a estrutura que é a mesma.

#### 4.2.5 Método Indiciário de Ginzburg/análise dos dados

O Método Indiciário, criado pelo historiador italiano Carlo Ginzburg (1989), faz uso da prática de rastreamento de sinais, indícios, signos, também muito utilizados em atividades nas áreas da medicina, investigação criminal, críticos de artes plásticas e psicanálise. Tais áreas partilham a prática de “rastreamento de sinais” para conduzir a pistas, que permitirão a reconstrução do todo, seja uma realidade, uma personalidade. A análise dos dados realizada à luz do Paradigma Indiciário de Ginzburg requer um olhar aguçado, sob qualquer minúcia que, aparentemente é considerada sem importância.

No contexto educacional, os pequenos detalhes, dados singulares, elementos aparentemente residuais podem revelar aspectos importantes, considerando o objeto da pesquisa, que são as práticas pedagógicas dos professores em relação ao SND.

Em consonância aos pressupostos do Paradigma Indiciário, Severino (2002, p. 193) ao referir-se aos processos lógicos que permeiam as diferentes etapas de um trabalho científico, considera a análise de dados, como um processo de tratamento do objeto “pelo qual esse objeto é decomposto em partes constitutivas, tornando-se simples aquilo que era composto e complexo. Trata-se, portanto de dividir, isolar, discriminar”.

A escolha do Paradigma Indiciário como método de análise, se deu, sobretudo por contemplar a variedade de elementos coletados, e, por conseguinte, o cruzamento de dados oriundos das diferentes fontes coletadas, buscando responder à pergunta dessa pesquisa. Os indicadores foram colhidos a partir das entrevistas, dos diários de observação, tendo como cenário os resultados das avaliações diagnósticas. Tais indicadores nos levaram a sinais que por fim geraram indícios. De posse dos indícios levantados, as análises e interpretações foram desenvolvidas.

A seguir, explicitam-se os caminhos trilhados pela pesquisadora, no Brasil e em Portugal, a fim de que fosse possível a coleta dos dados e a inserção desta no universo de sala de aula.

### **4.3 Caminhos percorridos e participantes da pesquisa**

O primeiro passo foi submeter o projeto de pesquisa para obter a autorização do Comitê de Ética e Pesquisa (CEP) da Universidade de Sorocaba. A devida autorização está sob o número: 68899417.30000.5500, na data de 12/09/2017 (Anexo A).

Durante a tramitação no CEP, o contato também foi realizado com o Comitê de Avaliação de Projetos e Propostas Pedagógicas e Administrativas, da Prefeitura Municipal de Sorocaba (CAPPEAD). Inicialmente por telefone, incluindo trocas de e-mail(s), sendo protocolado o pedido de autorização na Secretaria de Educação. Agendado um horário, houve a reunião para a apresentação do projeto, como também a proposta de pesquisa aos responsáveis. A análise do projeto por parte do Comitê prefeitura foi rápida e a resposta veio positivamente. Estando a pesquisa devidamente autorizada, legalmente aceita, partiu-se para a definição das escolas, no âmbito da Rede Municipal de Sorocaba.

No Brasil (em Sorocaba), a escolha das duas escolas participantes da pesquisa deu-se por acessibilidade: disponibilidade da equipe e localização (próximas ao local de trabalho da pesquisadora), enquanto que em Portugal a escolha se deu pelos contatos do professor de lá, com as professoras de escolas de um mesmo bairro.

A amostra constituiu-se de duas escolas no Brasil e duas escolas em Portugal. No Brasil, na escola A com 24 estudantes no 5º ano. Para a escola B, com 27 estudantes no 9º ano, e suas respectivas professoras. Escolheram-se apenas duas escolas por considerar que seria uma amostra satisfatória para o que se propunha investigar.

Segundo Moroz e Gianfaldoni (2009, p. 75), pode-se escolher o número de participantes, observando dois critérios: “a) a possibilidade de trabalhar com o conjunto total da população em estudo; b) o nível de generalidade que se pretende atingir”. Dada a natureza do objeto, considera-se razoável o tamanho da amostra para ser possível a compreensão das homogeneidades e, também, das particularidades dos grupos (turmas) a serem pesquisadas. Em relação ao nível de generalização, sob a ótica da pesquisa qualitativa, o potencial de elementos em cada grupo serve de base para as análises e as correlações entre as variáveis da pesquisa.

#### 4.3.1 As escolas e professoras selecionadas (Brasil)

As escolas A e B, localizadas em Sorocaba, serão descritas de acordo com algumas categorias, explícitas no Quadro 6.

Quadro 7 - Especificação das Escolas

Escola	A	B
Localização	Região central	Região central
Total de Estudantes	764	889
Anos iniciais (1ª a 4ª série ou 1º ao 5º ano)	437	472
Anos finais (1ª a 4ª série ou 1º ao 5º ano)	293	324
Educação Especial	34	28
Ensino Médio	-	65
Dependências/salas	15	14
Sala de leitura	1	1
Laboratórios	Informática	
Atividades extra-classe	Oficina de Matemática e Língua Portuguesa.Reforço escolar	Oficina de Matemática e Língua Portuguesa.Reforço escolar
Funcionários	65	73
Índices de desempenho	61% (2015)	73% (2015)
Prova Brasil	61% 5º ano 35% 9º ano	73% 5º ano 33% 9º ano
Ideb	7,1 Ano: 2017 Cor: verde	6,9 Ano: 2017 Cor: amarela

Fonte: Elaboração própria.

Os indicadores de qualidade educacional apresentados no quadro acima são parâmetros qualitativos e quantitativos. Em relação aos Índices de Desempenho (Ideb)<sup>27</sup>, o Sistema de avaliação da educação Básica (Saeb)<sup>28</sup>. Em Matemática, o Saeb avalia aspectos como a resolução de problemas, diferentes linguagens e raciocínio lógico. Com o estabelecimento da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), as matrizes de referência do Saeb foram revisadas e definiu-se que:

<sup>27</sup> O Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb) foi criado em 2007 e reúne, em um só indicador, os resultados de dois conceitos igualmente importantes para a qualidade da educação: o fluxo escolar e as médias de desempenho nas avaliações. O Ideb é calculado a partir dos dados sobre aprovação escolar, obtidos no Censo Escolar, e das médias de desempenho no Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb). Fonte: <http://inep.gov.br/ideb>.

<sup>28</sup> O Saeb é composto por um conjunto de avaliações externas em larga escala, por meio de provas e questionários. Ele permite avaliar a qualidade da educação brasileira.

Os testes de língua portuguesa e matemática seguem como referência para as matrizes vigentes do Saeb, de 2001. Já as matrizes dos testes de ciências da natureza e ciências humanas, do 9º ano, e os de língua portuguesa e matemática, do 2º ano, seguem a BNCC, de 2017. (INEP, 2019).<sup>29</sup>

A caracterização das escolas é apresentada para que se situem os dois cenários de observação, com distintas rotinas e sujeitos, concepções e histórias. A natureza do campo de observação pode trazer elementos importantes para a análise dos dados, uma vez que concordamos com a ideia de que, “tudo tem potencial para constituir uma pista que nos permita estabelecer uma compreensão mais esclarecedora do nosso objeto de estudo” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 49). A seguir, são apresentadas as professoras das escolas A e B, acima citadas.

Feito o contato inicial, com a diretora da escola A, ficou combinado que em um determinado dia, de reunião pedagógica, aconteceria o primeiro contato com seis professoras. Nesse momento, foi feita a apresentação da pesquisa, objetivos e metodologia. Ficou acordado que, na semana seguinte, elas dariam a resposta. Nesse encontro, obteve-se a resposta positiva de três professoras, mas com uma ressalva: duas delas não concordaram em participar de uma técnica de pesquisa com filmagem e reflexão conjunta, chamada “autoscopia”. Elas concordaram em participar desta pesquisa, alegando estarem satisfeitas de poderem contribuir com um estudo que se propusesse investigar elementos capazes de melhorar a aprendizagem dos conceitos matemáticos. Para esta pesquisa, escolheu-se uma professora, que receberá o nome fictício de Leontina.

Na escola B, o diretor também comunicou as professoras sobre o tema. A proposta da pesquisa foi apresentada. Ambas, Maria e Elisa (nomes fictícios) aceitaram de pronto, porém recusaram a proposta da autoscopia, alegando não se sentirem à vontade para as filmagens. Para esta pesquisa escolheu-se a professora Maria.

Ressalta-se que a observação foi feita com três professoras na Escola A e duas na escola B, mas para que as séries entre Brasil e Portugal ficassem próximas, para efeito de análises, escolheu-se Leontina e Maria.

Nos dois casos, conversou-se de forma separada sobre o melhor dia e horário para as observações. Trocamos os números de telefone, e havia troca de mensagens via *Whatsapp* para a confirmação da aula do dia e/ou semana seguintes, bem como alguma atividade extraclasse, que impedisse a observação.

---

<sup>29</sup> Tais informações constam para consulta em páginas eletrônicas, revelando dados e rankings das escolas.

Quadro 8 – Perfil das professoras do Brasil selecionadas

Escola	Série	Nome (fictício)	Formação/Experiência
A	5º ano	Leontina	Licenciatura em Geografia, Pedagogia e Pós-graduação em Psicopedagogia. Com 22 anos de magistério, sendo 15 anos na 5ª série do Ensino Fundamental.
B	9º ano	Maria	Formada em Matemática, com habilitação em Ciências e Física. Formada em Pedagogia e Pós-graduada em Psicopedagogia Clínica e Institucional

Fonte: Elaboração própria.

#### 4.3.2 Escolas e professoras selecionadas (Portugal)

O contato inicial se deu via e-mail com o professor Floriano Augusto Veiga Viseu, da Universidade do Minho, Campus de Braga, que fez contato com as professoras e direção da escola, que acolheram a proposta.

Em Portugal, na cidade de Braga, as escolas C e D foram escolhidas também por acessibilidade, localizadas no mesmo bairro.

Braga é densamente povoada, sendo uma das mais populosas de Portugal, estando a maioria da população concentrada na região urbana, onde a densidade é elevada. As escolas em questão fazem parte deste agrupamento, localizando-se fora da região central da cidade, sendo a maioria dos estudantes residentes da redondeza.

O professor orientador do estágio avançado Universidade do Minho, comunicou às professoras sobre a pesquisa. Foi marcado um encontro para que se expusessem os propósitos e metodologia. Elas concordaram em participar, os nomes das três professoras foram fictícios: Stella, Ivete e Loly. Para esta pesquisa foram escolhidas Stella e Ivete.

Quadro 9 - Perfil das professoras de Portugal selecionadas

Escola	Série	Nome (fictício)	Formação/Experiência
A	4º ano	Ivete	Formada em Licenciatura em ensino de Educação Visual e Tecnológica, Mestrado em educação na área de tecnologia educativa.
B	9º ano	Stella	Formada em licenciatura em Matemática, sendo professora do 3º ciclo/secundário há 32 anos.

Fonte: Elaboração própria.

Diferentemente do Brasil, as professoras de Portugal concordaram com a proposta da autoscopia, não apresentando resistência ao fato de serem filmadas em determinadas sessões de observação. Em nenhum dos dois países, as professoras contatadas conheciam a autoscopia, demonstrando surpresa acerca desta técnica de promover a autoanálise.

#### **4.4 Avaliação diagnóstica: idas e vindas ao processo de validação**

Para que se chegasse à elaboração de uma avaliação diagnóstica que fosse capaz de levantar questões acerca do SND, houve um processo de *validação* do instrumento. Fazendo um paralelo entre os passos que Fernandes (2006) sistematizou ao escrever “Para uma teoria da avaliação formativa” em cinco etapas, também aqui serão apresentadas estas etapas do processo que procurou validar o que se pretendia elaborar como sendo uma avaliação diagnóstica. As etapas caracterizadas por Fernandes (2006) são: “*clarificar, integrar, definir e reflectir*”. Faz-se oportuno ressaltar que, não foi encontrado em educação algo que já sistematizasse o que esta etapa do estudo pretendia. Na utilização dos mecanismos de busca, apareciam referências ao campo da saúde, como enfermagem e medicina, utilizando-se de grupo focal e análise de conteúdo para a validação de avaliações<sup>30</sup>.

##### 4.4.1 Clarificar

*Clarificar*, para o autor, seria a fase, o processo de discussões e esclarecimentos acerca do termo “avaliação formativa”. Para esta pesquisa, a fase de clarificação aconteceu nos estudos preliminares à elaboração das mesmas, em discussão com professoras colegas que trabalharam no Ensino Fundamental. A condição de não ter trabalhado como professora nas séries iniciais exigiu da pesquisadora um olhar diferenciado, um aprendizado em torno deste universo. Para a primeira versão das avaliações foram estudados os assuntos organizados pelas séries, com base nos Parâmetros Curriculares Nacionais, como também em alguns “cadernos”, ou cartilhas<sup>21</sup> que algumas prefeituras ou órgãos do governo disponibilizam para a comunidade docente. Ressalta-se a importância dessa etapa, uma vez que os temas tratados em sala de aula no ensino superior são muito diferentes daqueles adequados a elaboração de questões que compusessem uma avaliação.

---

<sup>30</sup> Por exemplo, encontrou-se a como a tese intitulada: “Construção e validação de um instrumento de pesquisa para avaliar a qualidade de vida de trabalhadores” (MARTINI, 2015).

Com a primeira versão da avaliação pronta, esta foi aplicada em uma escola particular da cidade de São Roque<sup>31</sup>. Esta avaliação foi aplicada em dois dias, um pela manhã e outro à tarde. Durante a aplicação da avaliação diagnóstica na 2ª série, alguns questionamentos emergiram: a professora da classe, de forma espontânea opinou, pontuando o que necessitava ser melhorado, citando tamanho de letra (em caixa alta), mais desenhos, mais espaços entre as letras, uma pergunta apenas por questão, além de ter que ler em voz alta para as crianças, pois nem todos eram alfabetizados ainda.

Nas outras séries, 5º, 7º e 9º anos, não houve manifestação por parte das professoras, mas o comportamento dos estudantes revelava alguns sinais de que este instrumento precisava ser revisto: muitas perguntas, impaciência, uns querendo olhar a prova do outro, demonstrando aspectos até então não vistos pela pesquisadora.

#### 4.4.2 Integrar

Essa etapa, segundo Fernandes (2006), consiste em se valer de diferentes referenciais teóricos com o objetivo de caracterizar e integrar algumas das contribuições, suas experiências e suas elaborações. Com os questionamentos, percepções e contribuições obtidas na aplicação da 1ª versão, a pesquisadora voltou-se para as fontes teóricas que abordassem tópicos de Matemática destas séries, bem como ouvir opiniões de outras professoras. Em relação aos construtos teóricos, o apoio veio de Lerner e Sadovsky (1996), Smole e Diniz (2001), Kamii (1990, 1994), Moro e Soares (2005), Conti e Longo (2017), Carraher (1997) e Carraher, Schliemann e Carraher (1995) e os cadernos já citados anteriormente, além de livros didáticos de Matemática.

As reflexões acerca de elementos constituintes do SND nas diferentes abordagens permitiram uma visão aprofundada e clara do conteúdo e da forma de melhorar a avaliação que seria aplicada aos estudantes. Ainda assim, o apoio veio de professoras de Matemática e pesquisadores via e-mail. As professoras (oito) que se dispuseram a contribuir receberam as avaliações (já alteradas), e as devolveram também por e-mail. Uma professora de Santa Catarina se dispôs a aplicar as avaliações. A mesma corrigiu e devolveu, já com apontamentos e observações em relação aos momentos da aplicação desta.

Os retornos (todas as versões enviadas por e-mail foram devolvidas com considerações) e sobre as avaliações enviadas, variaram em relação aos aprofundamentos.

---

<sup>31</sup> A escolha desta escola deu-se pela conveniência de conhecer uma professora de lá.

Dois dos retornos obtidos vieram com pouco a acrescentar, concluindo que o instrumento estava de acordo com o que se propunha. Já outras devolutivas foram detalhadas, apontando minúcias que estavam despercebidas até então, tais como adequação do nível para determinada série e uma palavra que poderia alterar o sentido da pergunta.

#### 4.4.3 Definir

Esta etapa requer uma tomada de decisão, em virtude das análises anteriores. Para Fernandes (2006, p. 31) consiste, sobretudo, em “regular a qualidade do trabalho que está a ser desenvolvido, utilizando, nomeadamente, um conjunto de recursos cognitivos e metacognitivos”. A reflexão acerca da avaliação já existente, e aquela que se almeja, demanda um olhar objetivo, a partir dos caminhos já trilhados, recheados com as contribuições dos professores e pesquisadores. Nessa etapa, o processo de validação da avaliação diagnóstica serviu para que fossem revistos e refeitos os tópicos apontados.

As principais alterações consistiram em diminuir o número de questões, aumentar o tamanho da fonte, utilizar caixa alta, acrescentar mais desenhos, fazer poucas perguntas em uma mesma questão e evitar a indução de respostas. Concluídas as alterações, seguiu-se para a última etapa, que se pode considerar como um processo de maturação das etapas anteriores, pois é a fase da reflexão/teorização.

#### 4.4.4 Refletir/teorizar

Conforme Fernandes (2006, p. 36), “A teoria constrói-se através da interação com as realidades educativas, da construção e reconstrução de investigações empíricas, das análises e das integrações e relações conceptuais que se forem descobrindo, interpretando e validando”. Nessa perspectiva, essa fase consistiu em reflexões baseadas nos autores que dissertam sobre o tema, considerando a dimensão e importância da natureza teórica que envolve o processo de avaliação.

Especificamente nessa etapa, a *teorização*, o que ocorreu foi a reflexão e a consequente concordância com a maioria das sugestões das professoras com o objetivo de melhorar o instrumento de avaliação. O processo de elaboração da avaliação diagnóstica passou por indagações, dúvidas e diferentes etapas ao longo de sua construção.

Assim sendo, considera-se ter obtido concretizar a validação de um instrumento de avaliação diagnóstica de forma reflexiva, com idas e vindas, na busca por englobar os

principais aspectos de cunho matemático, no qual os estudantes, ao responderem às questões, estivessem revelando a compreensão ou a falta de componentes importantes de sua aprendizagem ou temas que não foram internalizados até então.

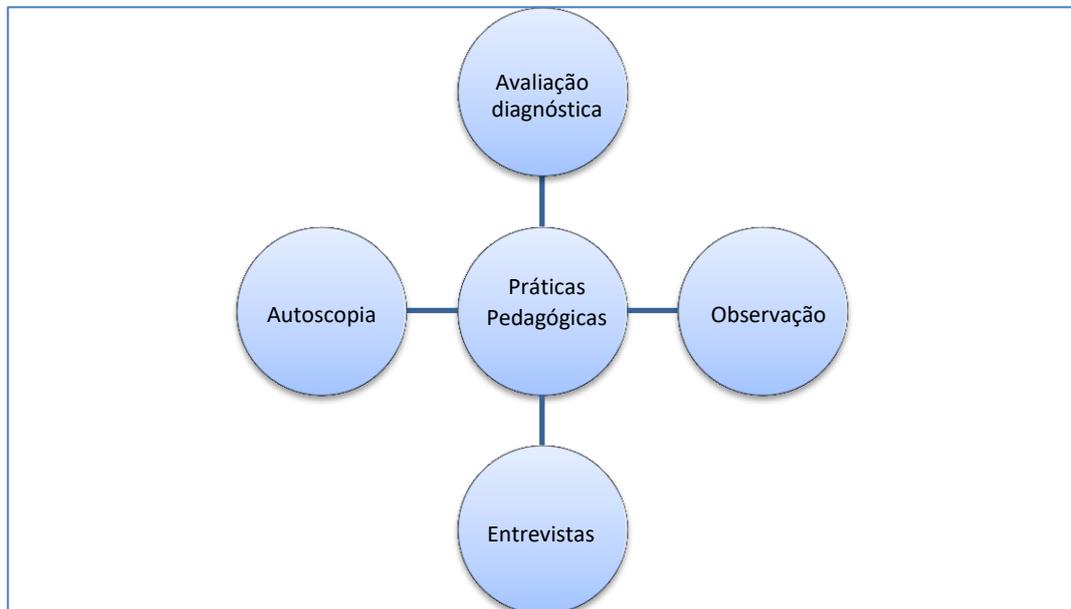
#### 4.5 Categorização dos dados

De forma a intensificar a organização e posterior análise, faz-se necessário um sistema de codificação (BOGDAN; BIKLEN, 1994), que busca regularidades, padrões de comportamento, procura-se por famílias de codificação, de acordo com o material recolhido.

As categorias “preliminares” foram sendo tecidas de acordo com o que se pretendia investigar: práticas pedagógicas no ensino de SND, diferenças observadas entre as práticas pedagógicas entre Brasil e Portugal, saberes de referências do SND.

Dessa forma os grupos de categorias foram estabelecidos em: SND, professoras e estudantes. A partir daí os subgrupos foram se especificando, ciente da interrelação entre as variáveis de cada grupo, e resultou no esquema apresentado na figura 8.

Figura 9 - Interrelações: pano de fundo para análises



Fonte: Elaboração própria.

## **5 ANÁLISE E INTERPRETAÇÃO DOS DADOS: BRASIL**

Em posse de uma significativa quantidade de informações obtidas na coleta de dados, seguiu-se para a análise (organizar, ordenar, resumir) e interpretação (procura do sentido mais amplo da resposta) considerando os objetivos estabelecidos de modo a produzir conhecimentos (BOGDAN; BIKLEN, 1994; GIL, 1991; LÜDKE; ANDRÉ, 1986). Entende-se que tais procedimentos analíticos, embora distintos, estejam intimamente relacionados. O ato de organizar o material em “partes”, relacionando-as e buscar tendências e padrões relevantes, consiste em um primeiro momento. Após essa primeira organização, “essas tendências e padrões são reavaliados, buscando-se relações e inferências num nível de abstração mais elevado” (LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p. 45).

Neste capítulo, são apresentados indicadores, sinais e indícios levantados a partir das observações e entrevistas, primeiramente no Brasil e depois em Portugal. As avaliações diagnósticas serviram de eixo em torno do qual as análises se deram, servindo de “disparadoras” para as discussões e tiveram como parâmetros os descritores que avaliam habilidades necessárias para cada série, em relação aos números, para a realização da prova Saeb. Na sequência, procedeu-se o levantamento dos indicadores, depois os sinais e por fim os indícios, de duas professoras do Brasil, do 5º (professora Leontina) e 9º ano (professora Maria), respectivamente.

Utilizou-se o Paradigma Indiciário como procedimento de análise de dados, numa perspectiva interpretativa, levantando sinais e as possíveis correlações entre estes. As análises buscam contemplar a questão macro desta pesquisa: como é a prática pedagógica de professoras do Ensino Fundamental no ensino de SND?

Para a apresentação dos dados, os indicadores são apresentados em tabelas, a partir das observações (diário de bordo) e das entrevistas com as professoras, para depois serem compilados em sinais que, por sua vez, geraram indícios. Ao final deste capítulo, entrelaça-se o que emergiu das análises em separado, objetivando cotejar as percepções a partir das observações nas duas turmas e suas respectivas professoras, voltando ao objeto da pesquisa, para finalizar as análises de forma conjunta.

### **5.1 O Quinto ano e a professora Leontina**

A turma era composta de 28 estudantes, com as carteiras dispostas em fileiras, cada estudante com seu lugar fixo. De uma maneira geral, se portavam com entusiasmo, abrindo

seus cadernos e livros para as atividades. A professora Leontina utilizava a mesa do professor com seus materiais, e se movimentava pela sala diversas vezes. A sala continha um quadro branco, utilizado pela professora com diferentes cores de pincel. Havia uma aluna especial, cadeirante e se posicionava no lugar da frente, numa fileira no canto esquerdo da sala, mais perto da porta.

### 5.1.1 Descritores e Avaliação diagnóstica

Nas avaliações, a partir dos erros apresentados, procurou-se por elementos que nos chamassem atenção, baseados em alguns descritores oriundos SAEB e Prova Brasil. Como parâmetros, foram utilizados os descritores, por servirem de diretriz aos programas nacionais do Inep, com o objetivo de avaliar os estudantes nas áreas de Língua Portuguesa e Matemática. Os resultados das avaliações foram devolvidos às escolas, com o intuito esclarecer a respeito das habilidades de seus alunos e devolver aos professores do Brasil e de Portugal as produções dos estudantes, para ampliação e aprofundamento dessas habilidades. Tais descritores, para o 5º ano, estão listados no quadro abaixo:

Quadro 10 - Descritores: Números e Operações

Descritores(D)	5ºano
Reconhecer e utilizar características do SND, tais como agrupamentos e trocas na base 10 e princípio do valor posicional.	D13
Identificar a localização de números naturais na reta numérica.	D14
Reconhecer a decomposição de Números Naturais nas suas diversas ordens.	D15
Reconhecer a composição e a decomposição de Números Naturais em sua forma polinomial.	D16
Calcular o resultado de uma adição ou subtração de números naturais.	D17
Calcular o resultado de uma multiplicação ou divisão de números naturais.	D18
Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados da adição ou subtração: juntar, alteração de um estado inicial (positiva ou negativa), comparação e mais de uma transformação (positiva ou negativa).	D19
Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados da multiplicação ou divisão: multiplicação comparativa, ideia de proporcionalidade, configuração retangular e combinatória.	D20
Identificar diferentes representações de um mesmo número racional.	D21
Identificar a localização de números racionais representados na forma decimal na reta numérica.	D22
Resolver problema utilizando a escrita decimal de cédulas e moedas do sistema monetário brasileiro.	D23

Identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados.	D24
Resolver problema com números racionais expressos na forma decimal envolvendo diferentes significados da adição ou subtração.	D25
Resolver problema envolvendo noções de porcentagem (25%, 50%, 100%).	D26

Fonte: Brasil (2008, p. 108).

Buscou-se nas avaliações diagnósticas elementos referentes às resoluções e estratégias de cálculo utilizadas pelos estudantes, tendo os descritores como referência. O critério para o resultado ser considerado satisfatório foi 70% de acertos do número total de estudantes. A turma do 5º ano tem 28 estudantes, 70% deles correspondem 19,6, ou seja 19.

Dessa maneira, acertos acima de 20 foram considerados satisfatórios ou domínio aceitável do tema. Os apontamentos foram organizados no Quadro 11<sup>32</sup>.

Quadro 11 - Avaliação diagnóstica 5º ano

Questão/Tema /Descritores	Número de acertos	Falta dominar
1- Coleta e Interpretação de dados, comparação de números, soma e subtração. (D13). (D17), (D19).	Interpretação de dados: 23 Relacionar diferença com subtração: 21 Relação parte/todo: realizar a diferença: 18 Identificar uma dezena e comparar: 21	Relação de equilíbrio entre a compreensão de conceito e a competência de cálculo (destreza).
2-Fração nas suas diferentes representações. (D21), (D24).	Equivalência de frações: 20 Classe de equivalência e simplificação: sete Comparação de frações: sete Representar fração: sete	Parte/todo, representação fracionária, equivalência e comparação de frações.
3- Interpretação de texto, adição. Uso do conectivo “e” como agrupamento de parcelas. (D17), (D18) (D19).	Interpretação de texto; transcrição direta: 26. Entender a prioridade de antes multiplicar para depois somar: nove. Somar as quantidades: nove.	Interpretação do problema (texto); hierarquia das operações.
4-Ordens numéricas. (D15)	Organizar os diferentes algarismos para compor um número: 27	Situações-problemas com a composição/decomposição de números.
5-Porcentagens. Interpretação de dados em uma tabela. (D26)	Interpretação de dados de uma tabela; obter a porcentagem :um acerto Obter o total de porcentagem de um determinado valor: nenhum Obter o total de porcentagem e somar os resultados: nenhum acerto	Conceito de porcentagem. A relação na qual um número na forma percentual é uma fração com denominador 100.
6- Ordenar algarismos em ordem crescente. (D19)	Escolher, dentre os diferentes algarismos, qual é o menor e a, partir daí ordená-los de forma crescente: 24 acertos.	Problemas que explorem a associação da relação de ordem nos Naturais.

<sup>32</sup> As observações sobre os resultados, questão a questão, estão no Apêndice N.

7- Estratégias de resolução de problemas (D20)	Raciocínio lógico sobre as possíveis posições dos pedaços de madeira. 24. Depois de colocadas as madeiras, em cada encontro entre as madeiras pregar um prego: oito.	Situações de uso do raciocínio lógico. O uso do cálculo de combinações de diferentes em um mesmo problema.
8- Composição e Decomposição numérica: padrão de relação: unidades, dezenas, centenas e milhar. (D16)	Decompor o algarismo 1977: 20 Decompor o algarismo 23 325: 19. Compor o algarismo 62 438: 19.	Situações problemas com desafios que tratem de forma detalhada da composição dos números em sua forma polinomial
9- Interpretação gráfica (D23)	Interpretação gráfica (somente): 23 Interpretação gráfica e comparativa: sete. Interpretação gráfica e comparativa com estimativa: seis	Interpretação de gráficos de forma mais aprofundada. Diferenciar a leitura da interpretação, já que interpretar dados trata de um estágio a mais.
10- Reconhecimento de cédulas: sistema monetário nacional (D23)	Estratégias de cálculo com cédulas (comparação): 19. Estratégias de cálculo com cédulas: 18. Estratégias de cálculo com cédulas com em função de um valor: quatro.	Resolução de problemas com valores monetários e na forma decimal. Situações problema com valores monetários.

Fonte: Elaboração própria.

Tendo-se em vista a busca pelos indícios, o trabalho segue para um mapeamento dos aspectos que se sobressaíram dos quadros apresentados.

- a) A leitura e escrita numérica são importantes para subsidiar outros conhecimentos; se alguns estudantes deixaram em branco ou realizam operações inadequadas, apontam para a alguma falha de compreensão do conceito ou mesmo de interpretação;
- b) a operação de multiplicação compõe o princípio multiplicativo do SND e permite a visualização de padrões e regularidades próprias do sistema. Dessa forma, com o passar das séries, faz-se necessário avançar nas escritas de números até a casa do milhar, milhão, bilhão, em forma de potências de dez, explorando a multiplicação nesse contexto. A operação de multiplicação, prioritária em relação à adição não foi totalmente compreendida;
- c) as estratégias de cálculo ainda precisam ser trabalhadas antes que se conclua a resposta a um problema. A interpretação do problema vem antes dos conhecimentos matemáticos que sua solução requer. Assim sendo, se a interpretação foi incorreta, fica difícil (senão impossível) definir quais estratégias de cálculo serão adequadas. Foram verificados poucos cálculos prévios, ou mesmo respostas dadas sem apresentar cálculo. A resolução de problemas, se

- trabalhada de forma contínua, nos seus diferentes significados e níveis de dificuldade, evita distorções e/ou erro de interpretação;
- d) comparação de números: apesar de poucos (28%), ainda há estudantes sem o domínio desta estrutura numérica, que é a relação de ordem entre os números. Ao tentar comparar números, foi revelada a dificuldade em encontrar a diferença de um número para uma centena (valor de referência);
  - e) a relação parte/todo revelou confusão, seja numa parcela da subtração, seja em uma representação fracionária, que são dois contextos distintos;
  - f) as frações e porcentagens revelaram o menor número de acertos.
  - g) as técnicas operatórias ainda são realizadas sem total compreensão, nesse estágio onde se encontram, no 5º ano. Maior ênfase ao trabalho com o cálculo em suas diferentes modalidades: exato, aproximado, mental, escrito;
  - h) a composição e a decomposição de um número em adição de produtos necessitam ser mais bem trabalhados enfatizando o reconhecimento dos seus valores como fatores, múltiplos de potência de dez;
  - i) os valores monetários: uso das moedas como parte decimal. Apesar da familiaridade com as cédulas e moedas, podem-se explorar situações problemas com trocas, quantidades e trocos.

### 5.1.2 Indicadores: percepções emergentes das observações e entrevista

A partir das observações das professoras, os indicadores foram elencados nos quadros a seguir, separados em dois momentos: observação e entrevista. Tais indicadores emergiram, chamaram mais atenção nas práticas pedagógicas da professora, nos momentos observados.

Quadro 12 - Indicadores sobre as práticas pedagógicas a partir das observações de Leontina

Indicadores	Descrição dos indicadores levantados nos momentos de observação
LI <sub>01</sub>	Relembra unidade e dezena (na lousa) e pergunta: “isso é novidade?”.
LI <sub>02</sub>	Retoma a multiplicação por dois algarismos para introduzir a multiplicação por três algarismos. Ao final da multiplicação, ela convida os estudantes a lerem o resultado obtido.
LI <sub>03</sub>	Reforça e retoma a pergunta sobre a multiplicação por zero.
LI <sub>04</sub>	Recomenda que não utilizem a “cola” da tabuada, e que esta deve estar “na ponta da língua”. Ela pergunta com entusiasmo: Como é que eu vou ficar boa em continhas: a turma responde: <i>treinandooooo!</i>

LI <sub>05</sub>	Circula pela sala e orienta os alunos na resolução dos exercícios, apontando eventuais erros inclusive utilizando os dedos para mostrar a soma de algarismos, alertando “Matemática precisa de concentração e atenção”.
LI <sub>06</sub>	Repete o comando muitas vezes. “É para copiar!” Agora vamos ler o resultado. O que esse resultado quer dizer?
LI <sub>07</sub>	Corrige a tarefa sobre sequência numérica: de dez em dez, de cinco e cinco. Os alunos leem em voz alta o que escreveram e ela os devolve perguntando: está certo ou não? Para os que não entenderam a tarefa, ele repete “dramatizando”, mudando a entonação de voz. A professora relembra o que foi visto na aula anterior e chama atenção para os erros cometidos na tarefa.
LI <sub>08</sub>	Sobre a sequência numérica, durante a explicação, diz: se eu não descobrir “o segredo”, eu não consigo escrever o próximo termo (da esquerda para a direita). Ela fala como os números crescem e várias formas de agrupá-los, fazendo conexões com o tema de agora.
LI <sub>09</sub>	Introduzindo um assunto: Vocês já aprenderam sobre reta? Esse assunto é muuuuito legal! O que é reta? Contextualiza antes de começar a explicação. A professora retira folhas já cortadas e distribui aos estudantes para responderem às perguntas.
LI <sub>10</sub>	Durante a explanação sobre divisão, retoma: para dividir com dois números na chave, vamos lembrar como se divide com apenas um número na chave. Enquanto resolve (na lousa) a divisão e opera com o resto, afirma: A operação inversa da divisão é a multiplicação!
LI <sub>11</sub>	É certo eu falar que 4 cabe 2 vezes no oito?? (usando barrinhas de Cuisenaire) (Repetiu três exemplos). Para essa atividade a professora traz tiras de folhas de sulfite, (já recortadas) com perguntas direcionando a exploração do uso das barrinhas.
LI <sub>12</sub>	Agora façam 724:12 e 846:13. Façam a tabuada ao lado da continha de divisão! É muito importante sabermos a tabuada, pois na hora da divisão ela será muito utilizada! Aguarda os alunos terminarem o raciocínio.
LI <sub>13</sub>	Escolham: ou ficam nessa posição (em U), ou voltam com as carteiras em fila! Vamos fazer uma votação, o que a maioria decidir, vence!
LI <sub>14</sub>	O que vocês observam? (atividade de pintar a pizza). O denominador é maior ou menor que o numerador? Pede a um aluno que leia em voz alta. $12/8 = 1\text{e } \frac{1}{2}$ , “só muda o nome, mas representa a mesma coisa”! São as frações impróprias. A professora abre seu caderno e copia na lousa as contas ela preparou para esse momento. O caderno que ela traz contém as atividades planejadas aula a aula.
LI <sub>15</sub>	Ela inicia a aula falando sobre a continuação do tema, que era a divisão, explicitando os momentos da aula. Correção dos exercícios da aula anterior, etc. “Se eu comi $12/8$ da pizza, o que aconteceu?” Estudantes respondem: então você pediu 2 pizzas! Outo afirma: professora, você comeu 1 pizza e meia.
LI <sub>16</sub>	Faz a divisão e faz a prova real. Quantas vezes o 13 cabe no número 726? Operação com resto. Mais continhas: 724/12 e 846/13. Os estudantes erraram em sua maioria, então ela retomou e passou mais continhas desse tipo.
LI <sub>17</sub>	Trouxe as barras de Cuisenaire, fazendo perguntas e mostrando a relação de inclusão entre as partes fracionárias. Ao final da explicação, o material circulou pela sala para que as crianças manuseassem as barrinhas.

Fonte: Elaboração própria.

É possível observar o quanto a professora relembra, retoma, repete, costura, relaciona, contextualiza, dá dicas. Estas ações demonstradas nos indícios, podem ser agrupadas em

características que revelam uma professora que inter-relaciona os conteúdos que ensina, enfatiza-os, não se contenta com uma só vez, insiste em suas informações.

A respeito da forma como as atividades foram planejadas, observa-se o constante monitoramento das tarefas de classe, a utilização do material concreto e organização deles. Ela traz pronta e os organiza em cima de sua mesa, na ordem em que vai utilizá-los como recursos: folhas de sulfite, caixa com barrinhas, palitos de picolé, livro de apoio.

Apresentam-se no quadro a seguir, indicadores obtidos a partir da entrevista com a professora. Tal instrumento (Vide Apêndice E) procurou levantar aspectos relativos à sua concepção sobre a prática docente e sobre conceitos do SND.

Quadro 13 - Indicadores obtidos a partir da entrevista com a professora Leontina

LI <sub>18</sub>	<u>Sua prática:</u> Buscando novas estratégias, aprendo muito na troca com as colegas, assisto aulas na internet, blogs e páginas relacionadas ao ensino da matemática. Trago tudo já pronto, pois planejo aula por aula, procurando de forma antecipada trazer o que o aluno vai utilizar. <u>Formação:</u> Pedagogia, Geografia e pós-graduação em psicopedagogia.
LI <sub>19</sub>	<u>Conteúdos de matemática:</u> Percebo muitas vezes dificuldade na compreensão do número, no valor posicional, nas operações do campo multiplicativo e na interpretação de situações problemas. Os erros cometidos apontam essas lacunas a serem retomadas.
LI <sub>20</sub>	<u>Conteúdos matemáticos os quais os alunos revelam dificuldades.</u> Entendo que um conjunto de fatores pode estar relacionado a isso, dentre as causas, a falta de atividades que estimulem a construção do raciocínio lógico matemático no início da idade escolar, como o uso de materiais concretos e jogos, preparando-os para conteúdos seguintes.
LI <sub>21</sub>	<u>Abordagem de conteúdos envolvendo SND:</u> Trabalho muito com a composição e decomposição de números, o quadro de valor posicional e o material dourado.
LI <sub>22</sub>	<u>Transição das ordens dos algarismos e o valor posicional:</u> Mostrando como um número pode mudar de valor de acordo com a posição que ocupa, utilizo materiais concretos (palitos, elásticos...), materiais como (Material dourado, ábaco) e jogos.
LI <sub>23</sub>	<u>Quais erros são frequentes na aprendizagem de SND:</u> Percebo que muitos erros acontecem porque os alunos apresentam uma grande dificuldade em reconhecer e utilizar características do SND, tais como agrupamentos e trocas na base 10, princípio do valor posicional e decomposição.
LI <sub>24</sub>	<u>Como avalia a aprendizagem dos estudantes:</u> Através de monitoramentos de tarefas de classe e de casa, projeto tabuada na ponta da língua, provas escritas, auto avaliação, enfatizando os erros com ações apontadas pelos alunos sobre o que eles precisam melhorar, sempre com a minha mediação.
LI <sub>25</sub>	<u>Procedimentos adotados em caso de não aprendizagens:</u> Acredito que cabe ao educador considerar a pouca (ou a não) aprendizagem dos conceitos como um instrumento para o percurso da construção do conhecimento do aluno; assumindo assim um caráter de facilitador, propondo atividades diversificadas, procurando novas estratégias para ensinar aquele conteúdo, intervenção individual mais pontual, jogos de raciocínio, materiais de apoio, entre outros.

Fonte: Elaboração própria.

Esse conjunto de dados permitiu levantar aspectos referentes à sua visão sobre os conteúdos sob a ótica da aprendizagem e prática pedagógica, de forma sucinta.

### 5.1.3 Os sinais revelados

O olhar da pesquisadora, durante as observações e entrevista, se voltou para a fala, gestos, postura, interação com os estudantes, condução da aula, reação diante de alguma pergunta, etc. No Paradigma Indiciário, esses indicadores fazem sentido, revelando aspectos que auxiliam a responder à questão desta investigação.

Para efeito de identificação, separaremos os sinais por duas maneiras distintas: *itálico* (LI<sub>01</sub> ao LI<sub>17</sub>) e sublinhado (LI<sub>18</sub> ao LI<sub>25</sub>). Salienta-se que, para essa busca, não se deixou de lado a inquietação inicial dessa tese, que é: “Como é a prática pedagógica dos professores que trabalham com o ensino de SND”.

A contar pelos indicadores de número: LI<sub>01</sub>, LI<sub>02</sub>, LI<sub>04</sub>, LI<sub>06</sub>, LI<sub>07</sub>, LI<sub>10</sub>, LI<sub>14</sub>, LI<sub>17</sub>, LI<sub>25</sub> que se entrelaçam revelando a postura de uma professora que ouve os estudantes e conduz as atividades com um olhar atento, instruindo, repetindo os comandos, retoma e porta-se de forma alegre, motivada. Demonstra preocupação com as respostas dadas pelos estudantes. Ela está sempre alerta. A professora está sempre vigilante, observando e comentando seus comportamentos e atitudes, ou seja, de uma prática pedagógica comprometida com a aprendizagem, afetiva e acolhedora.

Ora, se é sabido que na evidência de uma incompreensão dos estudantes (ainda que seja um em uma turma inteira), se faz necessário uma retomada, com estratégias diversificadas, para atingir/suprir e transpor as lacunas percebidas. Leontina, em sua fala/postura, demonstra estar ciente da importância dos pré-requisitos e (LI<sub>01</sub>) “*Isso é novidade?*” e não deixa de fazê-lo, (LI<sub>25</sub>) “procurando novas estratégias para ensinar aquele conteúdo, intervenção individual mais pontual”, revelando o sinal LS (1) de uma professora comprometida com a aprendizagem e dedicada.

Nas sessões de observação, foi possível perceber que a aula se inicia retomando o tema anterior (LI<sub>07</sub>): “*A professora relembra o que foi visto na aula anterior? (100% das vezes)*”, demonstrando estar ciente da necessidade desse momento de retomada. Aparentemente a ação é simples, mas conforme outro indicador que se “tece” nesse tapete (GINZBURG, 1989) sobre a prática pedagógica dessa professora, é a ênfase que ela dá ao momento da leitura e escrita matemática. (LI<sub>07</sub>) *Os alunos leem em voz alta o que escreveram e ela devolve: está certo ou não?* Pela forma de promover a cópia da lousa e organizar o

registro no caderno, ou mesmo leitura em conjunto. (LI<sub>06</sub>) “*É para copiar! Agora vamos ler o resultado. O que isso significa*”, sinalizando a importância, para ela, de que o resultado da resolução de um problema, ou de uma operação de multiplicação não fique solto, mas a leitura remete a uma última reflexão sobre o que foi feito, a fim de interpretar o resultado e comparar com os demais.

Os indicadores LI<sub>09</sub>, LI<sub>11</sub>, LI<sub>14</sub> e LI<sub>18</sub> revelam características de uma professora que planeja e conseqüentemente trabalhando suas aulas nos pormenores, expondo aos alunos a rotina do dia, retomando o tema a partir da aula anterior, levantando um sinal acerca do planejamento. A prática pedagógica de Leontina se calca em uma postura que possui o domínio e a ciência do tempo da aula, do que será desenvolvido neste espaço de tempo, com as atividades planejadas e trazidas para a aula com “precisão”. Quando se tratava de alguma atividade que não utilizasse o livro didático, ela trazia folhas (geralmente metade de uma folha A4 por aluno), já impressas. Tais atitudes dão sinais LS (2) de uma professora que planeja sua prática pedagógica.

Conforme o indicador LI<sub>14</sub>, *ela pede a um aluno que leia em voz alta*, novamente ela está pedindo que seja feita a leitura em voz alta. Não se tratava de um texto, mas a cada estudante que fazia a leitura, a professora dava a oportunidade de quebrar o caráter muitas vezes assimétrico da relação aluno, professor e objeto do saber. Essa ação de Leontina converge para o ato de dar “voz” ao estudante, sendo ele, neste momento (mesmo que curto), o protagonista, capaz de fechar a atividade com a sua voz, sendo ouvido por todos em sua leitura. Além, obviamente de promover a fixação, e conferir se a leitura do número estava correta, podendo ser corrigida pelos colegas ou pelo professor, se fosse o caso.

Sob a perspectiva da comunicação detalhada, que pode favorecer o aprendizado, a professora oportuniza tais momentos. O indicador LI<sub>18</sub>: Pedagogia e pós-graduação em Psicopedagogia (formação), cujos estudos de pós-graduação na psicopedagogia, apontam para um interesse especial dela pelos processos de ensino e aprendizagem no sentido mais amplo, nos dando Sinais LS (3) de uma prática dialógica, que possibilita ao estudante se manifestar, interagir, oportunizando um ambiente colaborativo de aprendizagem. Sem sombra de dúvidas, tais interações são responsáveis por estimular a aprendizagem, com a mobilização de conhecimentos (CARVALHO, 2009). Os indicadores LI<sub>13</sub>, LI<sub>14</sub>, LI<sub>15</sub> reforçam este sinal LS (3), para uma prática pedagógica que promove o diálogo.

Dos três sinais levantados até aqui, é possível encontrar, uma relação entre a prática pedagógica e um dos aspectos apontados na avaliação diagnóstica, que se refere à escrita numérica e à leitura. Percebe-se a professora investindo na lacuna apontada pela avaliação,

que é oportunizar momentos de escrita e leitura de números, e ela o faz de diversas formas, várias vezes.

Em relação aos conteúdos matemáticos, os indicadores apontam para uma prática docente que considera a aprendizagem gradativa dos números, (LI<sub>01</sub>) *Ela relembra unidade e dezena*, alicerçada nos conteúdos anteriores, trazendo à tona regularidades do sistema, já vistas, mas não propriamente aprendidas, como é o caso do LI<sub>25</sub>: Acredito que cabe ao educador considerar a pouca (ou a não) aprendizagem dos conceitos como um instrumento para o percurso da construção do conhecimento do aluno. Essa concepção que a professora demonstra em sua fala, revela uma preocupação com a aprendizagem dos conceitos e revela também entender o caráter espiral dos números, no qual um novo conceito se apoia em um anterior já internalizado (LI<sub>03</sub>, LI<sub>20</sub>).

Quando a professora retoma aos temas anteriores, como por exemplo, o indicador LI<sub>12</sub>: *“É muito importante sabermos a tabuada, pois na hora da divisão ela será muito utilizada”*, ela está corroborando a importância dos temas tratados nas séries anteriores, trazendo a importância de saber (e não esquecer) algo já visto em séries anteriores, propondo questões já vistas *“(LI<sub>11</sub>) É certo eu falar que 4 cabe 2 vezes no oito??*, usando barrinhas de Cousiner, oportunizando mais uma vez esse aprendizado.

A partir dos indicadores, levanta-se aqui mais um sinal, LS(4) de uma prática pedagógica que denota preocupação com o pré-requisito, como se vê manifestado na visão da professora acerca das séries iniciais: (LI<sub>25</sub>) Acredito que cabe ao educador considerar a pouca (ou a não) aprendizagem dos conceitos como um instrumento para o percurso da construção do conhecimento do aluno, como também no indicador (LI<sub>21</sub>): Trabalho muito com a composição e decomposição de números, o quadro de valor posicional e o material dourado. O quadro de valor posicional e o material dourado são mais utilizados em séries anteriores. A professora utilizar tais recursos na 5ª série denota sua preocupação em retomar temas já vistos, que são pré-requisitos para esta série (LI<sub>08</sub>).

No LI<sub>03</sub>, *ela reforça e retoma a pergunta sobre a multiplicação por zero*, afere-se que Leontina traz à tona exemplos que abordam o zero e sua função. Em um determinado momento da operação de multiplicação, ela “desmembra a multiplicação em etapas, salientando que 18 multiplicado por 12 é a mesma coisa que multiplicar 18 por 10 e depois multiplicar por 2, somando os resultados. A partir dessa “retomada”, Leontina seguiu para a multiplicação com três dígitos. Esta situação está representada na figura abaixo, retirada do caderno de anotações da pesquisadora.

Figura 10 - Multiplicação detalhada em forma de soma

X por 2 no 1 x 12, para introduzir a multiplicação

③

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 12 \\ \hline 36 \\ 180 \\ \hline 216 \end{array}$$

D U

18

$\times 12$  (10+2)

36  $18 \times 2 = 36$

+ 180  $18 \times 10 = 180$

216

Ela relembra: unidade e dezena

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 2 \\ \hline 36 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 10 \\ \hline 180 \end{array}$$

Ela pergunta: Isso é novidade? e eles respondem: NÃO

Começar sempre pela UNIDADE

C D U

$$\begin{array}{r} 124 \\ \times 112 \\ \hline 248 \\ 1240 \\ 12400 \\ \hline 13888 \end{array}$$

(100+10+2)

$\rightarrow 124 \times 2$

$\rightarrow 124 \times 10$

$\rightarrow 124 \times 100$

124    124    124

$\times 2$      $\times 10$      $\times 100$

248    1240    12400

Os alunos se mantêm em silêncio e perguntam!

Na pergunta, a prof. devolve a pergunta e vai direcionando pensamentos / Ela RETORNA e RETOMA, na pergunta sobre multiplicação por ZERO / Ela mostra que ela sabe contar e ela sabe

Fonte: Pesquisa de campo.

Dessa maneira, em um momento de introdução de uma nova “modalidade” de uma operação, (multiplicação com três dígitos), a professora trouxe à tona um conteúdo já visto (dois dígitos), bem como a “quebra” da multiplicação em somas de resultados de multiplicações de potências de 10, sempre explicando o que está acontecendo. Desta ação, (LI03), *Ela reforça e retoma a pergunta sobre a multiplicação por zero*, como também dos indicadores, LI07, LI08, LI11, LI12, LI21, LI22, levanta-se o sinal LS (5) de uma prática pedagógica traz à tona regularidades do SND, que repete, retoma, reitera, quando necessário.

O indicador LI19: Percebo muitas vezes dificuldade na compreensão do número, no valor posicional, nas operações do campo multiplicativo e na interpretação de situações problema, se entrelaça com o indicador (LI11), quando ela, em sua prática, conduz a atividade: “É certo eu falar que 4 cabe 2 vezes no oito?”, usando barrinhas de Cuisenaire. Ela repetiu três exemplos, que fazem da repetição um momento de aproveitamento, de fixação de um conceito, sinalizando para uma prática de considerar a repetição um meio para auxiliar a aprendizagem, como (LI12) *Agora façam 724:12 e 846:13. Façam a tabuada ao lado da continha de divisão! É muito importante sabermos a tabuada, pois na hora da divisão ela será muito utilizada! O professor aguarda os alunos terminarem o raciocínio? (100% das vezes)*. Salienta-se que a repetição por si só em nada pode garantir que o estudante vá avançar, mas, do que se observou, a cada vez que ela “repetia” a operação, mudava um número, já

sendo outra situação, para explorar o mesmo objeto do conhecimento, como foi o caso das frações.

Os indicadores LI<sub>05</sub>, LI<sub>07</sub>, LI<sub>11</sub>, LI<sub>16</sub>, LI<sub>19</sub>, LI<sub>23</sub>, LI<sub>24</sub>, LI<sub>25</sub>, referem-se à preocupação de Leontina com o erro. LI<sub>25</sub>: Acredito que cabe ao educador considerar a pouca (ou a não) aprendizagem dos conceitos como um instrumento para o percurso da construção do conhecimento do aluno, assumindo assim um caráter de facilitador, propondo atividades diversificadas, procurando novas estratégias para ensinar aquele conteúdo, intervenção individual mais pontual.

Desses indicadores levanta-se mais um sinal referente ao tratamento do erro, revelando uma prática pedagógica que considera o erro como parte da aprendizagem. LS (6).

Em posse da organização dos sinais, a análise segue agora para a categorização e interpretação dos indícios.

#### 5.1.4 Interpretação dos indícios

Após a análise dos indicadores, os sinais revelaram os indícios, que apontam para duas distintas categorias, mas não excludentes.

I- **Indícios de** práticas pedagógicas calcadas em uma concepção de ensino de forma dialógica, alicerçada pelas interações.

- LS1: prática pedagógica comprometida com a aprendizagem e dedicada.
- LS2: prática pedagógica devidamente planejada.
- LS3: prática pedagógica dialógica.

II- **Indícios de** práticas pedagógicas valorizando conceitos do SND.

- LS4: prática pedagógica preocupada com o pré-requisito.
- LS5: prática pedagógica que enfatiza as regularidades do SND.
- LS6 prática pedagógica que considera o erro como parte da aprendizagem.

A seguir os indícios são analisados de acordo com o que foi observado e selecionado como sinal.

#### 5.1.4.1 *Indícios de práticas pedagógicas calcadas em uma concepção dialógica*

Ao se afirmar que a prática pedagógica desta professora é dialógica, enxerga-se nas relações entre ela e os estudantes um dos Princípios para a Matemática Escolar, regidos pelo NCTM (2000), que é o princípio da equidade. Este se contrapõe à crença de que apenas alguns alunos são capazes de aprender matemática, sendo necessário que se eleve a expectativa em torno dessa temática, e considerar que todos podem (e precisam) aprender matemática. Em relação à postura docente frente a essa expectativa, o documento orienta: “a equidade não significa que cada aluno deva receber um ensino idêntico; pelo contrário, exige a adaptação razoável e adequada, sempre que tal se revele necessário” (NCTM, 2000, p. 13).

O LS(1), (*Ela avalia de forma contínua, em uma relação estreita com os comportamentos e atitudes*) aponta que Leontina apresenta uma das características que Judith e Lee Shulman (2016, p. 27) incluem nas categorias de “compreensão”, que compõem a base de conhecimentos necessária para a docência. Tal característica destaca “Avaliação de aprendizagem em sala de aula, organização e gestão de sala de aula (tanto proativa como reativa, com foco especial na compreensão dos princípios de múltiplas formas de trabalho em grupo), conhecimento disciplinar/de conteúdo/interdisciplinar”. Tais premissas apresentadas corroboram o que os sinais revelaram, uma vez que Leontina demonstrou de várias formas compreender os elementos que necessitam ser avaliados, sejam cognitivos ou comportamentais.

Ela sinaliza uma conduta de trabalho por co-elaboração e por co-construção (GILLY; ROUX, 1988 apud CARVALHO, 2009), estimulando a cognição seja individualmente ou no grupo. Além de tornar propício o ambiente para a aprendizagem, LS(2) a professora organizava trabalhos em conjunto, promovendo a solução de problemas de forma colaborativa. LI<sub>13</sub>: A professora promove interação entre os estudantes? (100% das vezes).

Ao considerar o LI<sub>03</sub>, *professora retoma a multiplicação por dois algarismos para introduzir a multiplicação, que por três algarismos*. Se Leontina fosse considerar apenas a idade dos estudantes, talvez já entendesse como desnecessária a revisão da divisão por dois algarismos na chave, mas o ato de retomar o tema partindo de algo já visto LS(4), corrobora com o pensamento de Carraher (1997), ao afirmar que só a idade da criança não é suficiente como critério para se saber o seu nível do desenvolvimento cognitivo.

Ponte e Canavarro (1997, p. 111) elucidam a respeito da comunicação em sala de aula, mais especificamente a “comunicação matemática” (LI<sub>14</sub>), quando afirmam que “É através da comunicação que os alunos tomam consciência dos processos de construção e validação do

conhecimento matemático, que aprendem as razões que fazem com que algo tenha ou não sentido, seja ou não verdade em Matemática”. Foram várias as vezes em que, ao apontar o dedo para falar, este ou aquele estudante argumentava, perguntava, questionava e Leontina procurava responder, muitas vezes devolvendo a perguntas a outro estudante LS(3), para que pudesse contribuir com a discussão levantada.

O LS(4) revela uma preocupação com o pré-requisito: Leontina demonstrou conhecer e respeitar os níveis crescentes de complexidade dos conceitos e também o conhecimento do currículo, uma vez que articula os temas e os integra de forma relevante. Busca-se nos princípios enunciados pelo NCTM (2000, p. 17), que elucidam esse aspecto apontado: “sem uma clara articulação do currículo ao longo dos anos escolares, torna-se inevitável uma duplicação dos esforços e revisões desnecessárias”. Dessa maneira, ela prepara os estudantes para as séries seguintes, sem que haja a necessidade de muitas retomadas futuras nas séries seguintes.

Concorda-se com Carvalho, (2009, p. 118), quando afirma: “Tal assimetria, fonte de tensão e dificuldade, é também a base a partir da qual a comunicação se estabelece e o ensino e aprendizagem de matemática se realiza”.

Em relação ao LS(5), salienta-se o que Lerner e Sadovsky (2008) chamam de “escrita dos nós” (ou exatos, como 30, 40, 100, 200, 1000...), no qual os produtos por 10, 100 embasam o algoritmo da multiplicação. Para este momento, as autoras, ao se referirem ao desafio de se trabalhar com o SND em diferentes contextos, elucidam: “a afeição das crianças por desvendar os mistérios que envolvem o sistema de numeração faz deste um objeto digno de ser considerado em si mesmo” (LERNER; SADOVSKY, 2008, p. 122). Considera-se que este momento da aula e da explanação foram bem aproveitados, didaticamente e matematicamente falando.

Ao considerar o erro como parte da aprendizagem, LS(6), Leontina age de forma a romper com o contrato didático (BROUSSEAU, 1996, p. 51), uma vez que fazem parte do contrato ações esperadas do professor e alunos na relação com o saber. O erro, nessa relação didática, (muitas vezes de forma implícita) é considerado (pelo aluno) como algo a ser escondido, pois caracteriza uma lacuna, que o aluno recusa e evita. Nessa situação, Leontina rompe com essa mentalidade ao retomar e encarar o erro como uma chance de aprender. Brousseau afirma: “são as rupturas do contrato que são realmente importantes”. Lidando com o erro de forma natural, como algo a ser revisto e retrabalhado, ela considera uma oportunidade de retomada.

#### 5.1.4.2 *Indícios de práticas pedagógicas focadas no ensino dos números valorizando os pré-requisitos e conceitos prévios*

Em um determinado momento do trabalho com os alunos, Leontina incorporou em suas aulas intervenções que demonstraram estar resgatando os temas apontados na avaliação diagnóstica. Tomemos por exemplo atividades envolvendo subtração que os estudantes demonstraram não compreender o momento de “emprestar um”. A professora aproveitou situações para trabalhar o antecessor e sucessor, trazendo conceitos de maior e menor, conceitos de quantidades. Assim, retomava a subtração, que se desejava estar compreendida nessa etapa de escolarização (5º ano, 10anos). Ela afirmou: *Acredito que cabe ao educador considerar a pouca (ou a não) aprendizagem dos conceitos como um instrumento para o percurso da construção do conhecimento do estudante; assumindo assim um caráter de facilitador, propondo atividades diversificadas, procurando novas estratégias para ensinar aquele conteúdo, intervenção individual mais pontual, jogos de raciocínio, materiais de apoio, entre outros.* Essa fala corrobora com o indício levantado, uma vez que ela se dispôs a oferecer novas estratégias, como um resgate ao que não foi totalmente dominado.

Em relação ao LS(1) (comprometimento com a aprendizagem), a prática da professora de reforçar a leitura dos números ao final de cada exercício está embasada nas falas de Smole e Diniz (2001, p. 80), quando reforçam importância do aluno estar consciente do fato de que “ser um leitor em Matemática permite compreender outras ciências e fatos da realidade, além de perceber relações entre diferentes tipos de textos”. Dessa maneira Leontina demonstra, com pequenas iniciativas, a importância da constante retomada dos temas.

Dienes (1970, p. 27), ao se referir ao quão ultrapassadas estão as técnicas tradicionais de ensino, adverte que estas podem “treinar” a criança, mas em nada garantem o aprendizado. Os professores que buscam ensinar adequadamente “compreenderam que a percepção matemática raramente nasce dos quadros-negros [...]” e começam a sentir a necessidade de um material matemático mais especialmente concebido para este fim. Em seguida, o autor salienta que as principais tentativas para ajudar as crianças na aprendizagem foram as de Montessori, Cuisenaire e Stern. Para essa sugestão de Dienes (1970), o indicador LI<sub>17</sub> expõe a atividade em que a professora trouxe Barras de Cuisenaire para serem trabalhadas em sala de aula. Observa-se o cuidado aliado ao conhecimento matemático e didático para abordar de forma diferenciada o tema com frações. Não havia caixinhas do material manipulável para a turma toda, e, no entanto, ao invés de abortar a atividade, ela preferiu trazer um exemplar e

trabalhar de forma conjunta. Essa escolha torna sua prática diferente e transcende a justificativa que não é possível trabalhar de forma diferenciada por não haver “condições”.

Perrenoud (2001) esclarece esta questão de forma simples, ao chamar de “competência *o conjunto dos recursos que mobilizamos para agir*. Os saberes, eruditos ou comuns, compartilhados ou privados, fazem parte destes recursos, porém não os esgotam”. Nessa perspectiva, Leontina sabe recrutar diferentes saberes e pô-los em prática na aula, fazendo uso da comunicação de forma eficaz. Para Perrenoud, a comunicação em sala de aula pode ter o viés da oralidade necessária, como também um viés negativo, que é a conversa desnecessária, fora do contexto da sala de aula. O controle desses fenômenos de sala de aula é demonstrado pela professora ao solicitar que levantem o braço e que aguardem sua vez para falar. Para Perrenoud (2001, p. 71) “a única comunicação realmente aceitável na sala de aula é aquela organizada pelo professor, sobre o assunto legítimo a respeito do qual ele decidiu falar e fazer falar. O resto não passa de ruído”. Sabe-se da necessidade das crianças de falarem, expressarem-se de forma tão espontânea que tendem a se distrair, mas a professora atenta a esses momentos intervinha e os trazia para o tema da aula.

Os indícios sobre as práticas pedagógicas indicam que a professora conhece pré-requisitos, retoma conceitos, parte dos conceitos prévios, para avançar.

## **5.2 Nono ano e a professora Maria**

Eram 27 estudantes, entre 14 e 15 anos, que ocupavam a sala de aula com as carteiras dispostas em fileiras, sem um lugar fixo para cada um. A sala continha a mesa do professor, que Maria ocupava uma boa parte da aula, para a correção das tarefas. A lousa era verde, a professora utilizava giz branco.

### **5.2.1 Descritores e Avaliação diagnóstica**

No 9º ano, os descritores da Prova Brasil também serviram de parâmetro. Diferentemente do 5º ano, eles se diferenciam, pois foram introduzidos novos descritores, que são: Números e Operações/Álgebra e Funções (D16 a D35).

Estão apresentados no quadro abaixo os descritores mais relacionados aos números, foco desta pesquisa. Com o passar das séries, os temas referentes ao SND são apresentados com outro enfoque.

Quadro 14 - Descritores para o 9º ano

Descritores(D)	9º ano
Identificar a localização de números inteiros na reta numérica.	D16
Efetuar cálculos com números inteiros, envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).	D18
Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados das operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).	D19
Resolver problema com números inteiros envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).	D20
Reconhecer as diferentes representações de um número racional.	D21
Identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados.	D22
Identificar frações equivalentes.	D23
Reconhecer as representações decimais dos números racionais como uma extensão do sistema de numeração decimal, identificando a existência de “ordens” como décimos centésimos e milésimos.	D24
Efetuar cálculos que envolvam operações com números racionais (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).	D25
Resolver problema com números racionais envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).	D26
Efetuar cálculos simples com valores aproximados de radicais.	D27
Resolver problema que envolva porcentagem.	D28
Resolver problema que envolva equação do 2º grau.	D31
Identificar um sistema de equações do 1º grau que expressa um problema.	D34

Fonte: Inep (2019).

Em relação ao critério para ser considerado resultado satisfatório, sendo 26 estudantes (70% do total), ou seja, 18,2 estudantes, trabalhando-se com um valor exato, têm-se 19 estudantes (ou acertos). Para efeito de organização e melhor visualização, os apontamentos foram colocados em forma de quadro.

Quadro 15 - Avaliação Diagnóstica 9º ano

Questão/Tema Descritores	Acertos	Falta dominar
1-Raciocínio lógico; valor posicional; números pares e ímpares. (D16)	Formar o maior número possível com os algarismos do problema: 21 Elencar os números pares (sem repetição): 1 Elencar os números ímpares (sem repetição): 9 Em branco: 4	Compor algarismos de modo a formar o maior possível. Trabalhar com o princípio multiplicativo da contagem
2-Regra de três: proporcionalidade (D26)	Acertaram completamente a: 19 alunos (desse total, 8 apresentaram apenas a resposta) Erros totais (ou em branco): 7.	Cálculo com regra de três.
3- Raciocínio lógico; equação incompleta de segundo grau. (D34)	Acerto total: nenhum aluno Acertos parciais: 12 Erros totais (ou em branco): 14	Passagem da linguagem coloquial para a ling. matemática
4- Interpretação de texto; sistemas de equações lineares	Interpretação: 13 Resolver o sistema de equações: 4 Erros totais (em branco): 9	Interpretação de texto. Resolução de sistema de equações lineares
5- Regra de três e porcentagem. (D28)	Acertos totais: 14 alunos, 6 sem apresentar os cálculos) Erros totais (ou em branco): 12	Problemas e estratégias de cálculo com porcentagem.
6- Sistema de numeração decimal.	Acertos totais: 24 Erro total (ou em branco): 4	Classes e ordens representativas do SND.
7-Proporcionalidade; relação entre grandezas. (D26)	Acertos totais: 11 Acertos parciais: 2 Erros totais (ou em branco): 2 Somente a tabela: 10	Interpretação em dados com tabelas. Termo “quociente”.
8-Reta numerada. relação de ordem nos números reais	Acertos totais: 19. Erros totais: (ou em branco): 7	Localizar números inteiros na reta numerada. Ordem crescente da reta.
9-Interpretação de texto. Análise de gráfico.	Acertos totais: 8 Acertos parciais: 16 Erros totais (ou em branco): 2	Questões com elementos dispostos em gráficos, bem como a sua leitura e sua interpretação.
10-Valor posicional; SND.	Acertos totais: 20 Erros totais (ou em branco): 7	Valor posicional: o que quer dizer e o que significa.
11-Conjuntos Numéricos: relação de inclusão.	Acerto total: 1 Acertos parciais: 10 Erros totais: o (ou em branco): 15	Conjuntos numéricos. Relação de inclusão.
12-SND. Material dourado.	Acertos totais 19 Acertos parciais: 5 Erros totais o (ou branco): 2	Situações de trocas Agrupamentos

Fonte: Elaboração própria.

A partir dos dados apresentados no quadro T, alguns aspectos podem ser observados e salientados em relação às aprendizagens. Segue-se para esta análise no tópico a seguir.

- a) A interpretação das questões não foi totalmente explorada, fazendo com que muitas delas fossem deixadas em branco. As questões procuraram, a considerar a série, recrutar no estudante um esforço para a compreensão das informações;
- b) o raciocínio algébrico deveria já estar dominado por esta turma. Em relação à noção de potência, cuja regra permite que um número e o seu oposto, se elevados a um número par, resultam no mesmo valor, não aparece como dominada. Não há o entendimento de questões algébricas, como a resolução de sistemas lineares, por 84,6% da turma. Em relação à resolução de problemas envolvendo o raciocínio lógico, montagem e resolução de equação incompleta do segundo grau, nenhum aluno acertou a questão totalmente. A considerar que o tratamento algébrico se inicia em séries anteriores, a maioria ainda não se apropriou deste conceito algébrico, com uma variável;
- c) a resolução de problemas de forma interpretativa: analisar o contexto, montar e resolver a equação, analisando a pertinência do resultado, foram apresentados acertos de forma incompleta: ou só montavam a equação, ou davam o resultado sem apresentar a montagem.
- d) o valor posicional: a maioria acertou, demonstrando que sabem operar com classes e ordens, mas a primeira questão, na qual deveria escolher o maior número a partir de determinados algarismos, sendo par ou ímpar, a maioria errou. Dependendo da profundidade com que se pergunte sobre números, os estudantes não acompanham;
- e) a representação de agrupamentos de dez: a questão aponta alguma familiaridade com as representações da base 10 através do material dourado. As barras, cubinhos, cubão e placa, foram facilmente identificadas e somadas conforme o solicitado no exercício.
- f) os Números Racionais: da mesma forma que na avaliação do 5º ano foram abordadas frações, no 9º ano a ênfase se aprimora, pois a fração, para este nível de escolaridade, deve ser explorada de modo a contemplar os 4 significados grifados acima.

Dos descritores D21 ao D28, são abordados os números racionais, como também se encontram nos PCNs: “Os estudos dos números racionais, nas suas representações fracionária e decimal, merecem especial atenção no terceiro ciclo, partindo da exploração de seus significados, tais como: a relação parte/todo, quociente, razão e operador” (BRASIL, 1998, p. 66, grifo nosso). De uma maneira geral, o conceito de números racionais, na representação

fracionária não está completamente dominado no 5º ano, vindo a aparecer novamente no 9º ano, como não totalmente aprendido.

É natural que, com a passar das séries, os elementos mais diretos ao SND deixem de ser trabalhados e, em contrapartida, outros temas são apresentados, se apoiando em seus pressupostos teóricos do SND. Toda a lógica que perpassa o SND, se bem trabalhada e compreendida nas séries iniciais, servirá de respaldo para ao entendimento dos temas próprios das séries futuras.

As escritoras Terigi e Wolman contribuem:

O desenvolvimento e compreensão do conhecimento matemático implica para as crianças três aspectos: aprender os invariantes lógicos, aprender a dominar e usar sistemas matemáticos convencionais e aprender para ver os requisitos matemáticos de diferentes situações. (CARRAHER; BRIANT, 1998 apud TERIGI; WOLMAN, 2007, p. 64, tradução nossa).

Assim sendo, têm-se o SND como sendo o primeiro sistema numérico a ser desvendado pelas crianças na escola, servindo de base, ou mesmo o instrumento de mediação para outras aprendizagens, seja no aspecto cultural e social que o número contempla, seja para o conhecimento da regularidade, com regras, e pressupostos que serão utilizados no entendimento da álgebra, por exemplo.

A avaliação apontou características peculiares, não encontradas nas avaliações do 5º ano: uma quantidade expressiva de questões em branco. Este fato revelaria o desconhecimento do assunto requerido ou a falta de comprometimento do estudante com o instrumento avaliativo? Vale ressaltar que no início da avaliação, uns dois ou três perguntaram se “valia nota” e a resposta foi que não seria atribuída nota.

Para as séries finais, o que fica retido dos aspectos principais do SND, são suas regularidades, que irão alicerçar conhecimentos futuros. O domínio das regras e algoritmos trabalhados nas séries anteriores poderá determinar o maior ou menor entendimento dos temas das séries futuras, por uma vida inteira.

Para a continuidade da busca pelos indícios, as análises se voltaram para as sessões de observação e entrevista, enfocando a prática pedagógica.

### 5.2.2 Indicadores: percepções emergindo das observações e entrevista

As observações em sala de aula (diário de bordo e grelhas) permitiram que se levantassem indicadores, que por sua vez indicaram sinais. No quadro 16, estão elencados.

Quadro 16 - Indicadores das práticas pedagógicas de Maria

Indicadores	Descrição dos indicadores levantados nos momentos de observação
MI <sub>01</sub>	<u>Inicia a aula sentada à sua mesa, corrigindo os cadernos, demoradamente. O tema é racionalização de denominadores.</u>
MI <sub>02</sub>	<u>Enquanto explica, os alunos conversam e se distraem. O tom de voz é baixo.</u>
MI <sub>03</sub>	Enquanto explica a utilização do fator racionalizante, utiliza de forma equivocada o sinal, colocando a igualdade, ao invés da multiplicação.
MI <sub>04</sub>	Resolve errado e não percebe um erro na lousa, que é posteriormente apontado por um estudante. Ela sorri e agradece ao aluno por ter corrigido a simplificação.
MI <sub>05</sub>	Relembra a regra de sinal. Brinca com a turma sobre as regras. Os estudantes elogiam a professora.
MI <sub>06</sub>	Não impediu que uma estudante utilizasse a calculadora do celular para a atividade “Bingo da multiplicação”.
MI <sub>07</sub>	<u>Demanda muito tempo para dar visto no caderno, com muitas equações do 2º grau. Enquanto isso, os estudantes se dispersam, se levantam, falam alto, falam palavrões.</u>
MI <sub>08</sub>	Faz a correção na lousa, explicando que ontem não foi possível fazê-la, pela <u>indisciplina da turma</u> . Ela cobra a tarefa dos estudantes, um a um. Os exercícios contêm frações, necessitando o uso do mmc. Na hora da resposta, ela troca chaves por par ordenado.
MI <sub>09</sub>	<u>Descuida do rigor da notação</u> : Para verificar se um número é raiz da equação, uma hora usa o sinal de =, e de repente usa o sinal ≠.
MI <sub>10</sub>	Retira o celular de dois alunos. Em seguida, outra estudante a chama para mostrar algo no celular, e ela vai e olha no celular da aluna. As duas riem.
MI <sub>11</sub>	<u>Enfatiza as regras de sinais</u> . Propõe vários exercícios do mesmo tipo. Para verificar se são ou não raízes. ( $x^2-x-3=0$ , verifique se -6,-5,0,1,5,6 são raízes).
MI <sub>12</sub>	<u>Não toma iniciativa de conter a conversa excessiva na sala</u> . Um aluno o faz. Ela demonstra não se importar com isso.
MI <sub>13</sub>	<u>Bate no armário, fazendo barulho, para que os alunos cessem a conversa</u> , no momento de correção da tarefa na lousa.
MI <sub>14</sub>	Solicita que guardem os celulares, pois se ouve música na sala, vinda de um de celular. A música cessa.
MI <sub>15</sub>	Maria conversa com a pesquisadora sobre a possibilidade de a mesma dialogar com a turma, a respeito da <u>indisciplina</u> . Ela sugeriu que os estudantes fossem conhecer a Instituição na qual a pesquisadora leciona.
MI <sub>16</sub>	<u>Repete demasiadas vezes os exercícios</u> sobre raízes. Comete erro conceitual sobre o conjunto solução
MI <sub>17</sub>	Não faz mediações com questões direcionadas a alunos específicos. Os mesmos participam na maioria das vezes. A professora agradece sempre.

Fonte: Elaboração própria.

Da mesma forma que o 5º ano, a entrevista e as observações com a professora Maria serviram como ponto de partida para novos indicadores, à luz do objeto desta pesquisa, que à a prática pedagógica do SND.

Quadro 17 - Indicadores obtidos a partir da entrevista com a professora Maria

MI <sub>18</sub>	<u>Sua prática</u> : Para cada conteúdo, recorro a uma estratégia diferente. Visto os cadernos, identificando os erros. O conteúdo é explicado no começo da semana. Eles quase não copiam do quadro, por isso dou visto nos cadernos. Invisto na correção. Não adianta ser autoritária. Eu nem consigo ser. Prefiro ser amiga deles, eu me envolvo! <u>Formação</u> : Graduada em Matemática, com habilitação em Ciências e Física. Formada em pedagogia e pós-graduada em psicopedagogia clínica e Institucional.
MI <sub>19</sub>	<u>Conteúdos de matemática</u> . Divisão eles têm muitas dificuldades, que já vem desde a Educação Infantil. As frações eles ainda não dominam.
MI <sub>20</sub>	<u>Abordagem de conteúdos envolvendo SND</u> : Com atividades diferenciadas, apontando onde aparecem temas relacionados aos números.
MI <sub>21</sub>	<u>Como avalia a aprendizagem dos estudantes</u> : através do caderno e atividades avaliativas na sala de aula. Acompanho os através dos exercícios propostos no caderno.

Fonte: Elaboração própria.

Tendo como fonte de dados a entrevista e anotações, os indícios foram levantados, procurando obter pistas acerca da visão de Maria a respeito das lacunas em termos de aprendizagem de determinados elementos do SND. Nessa coleta e organização dos dados, seguiu-se para a busca pelos sinais.

### 5.2.3 Os sinais revelados

Para facilitar a análise, os indicadores foram numerados e agrupados visando convergirem para sinais. Em relação à diferenciação dos indicadores, os 18 primeiros referem-se às observações em sala de aula, e os oito últimos referem-se à entrevista. Para efeito de identificação, separamos os sinais de duas maneiras distintas: sublinhado (MI<sub>01</sub> ao MI<sub>18</sub>) e sublinhado (MI<sub>18</sub> ao MI<sub>21</sub>).

Em relação às práticas pedagógicas da professora Maria, os indicadores (MI<sub>02</sub>), enquanto ela explica, os alunos conversam e se distraem. O tom de voz é baixo. MI<sub>10</sub>, MI<sub>12</sub>, MI<sub>13</sub>. A turma está fazendo muito barulho, com conversas que uma aluna diz: “gente, vamos parar com essa bagunça, tem uma pessoa na nossa sala” (se referindo à pesquisadora), revelam um sinal MS (1) de uma prática pedagógica com dificuldade de manter a ordem e a disciplina.

Sob a perspectiva da comunicação e gestão de sala de aula, os indicadores MI<sub>12</sub>, MI<sub>13</sub>, MI<sub>14</sub>, MI<sub>15</sub>, MI<sub>18</sub>, apontam para uma postura didática incapaz de resolver da indisciplina. Quando a professora Maria pede conselho e ajuda à pesquisadora (MI<sub>15</sub>), a professora conversa com a pesquisadora sobre a possibilidade de a mesma conversar com a turma, a respeito da indisciplina. Torna-se clara uma situação carente de orientação e apoio para ela. Porém aí se repara uma contradição, uma vez que no MI<sub>18</sub>, ela afirma: Não adianta ser

autoritária. Eu nem consigo ser. Prefiro ser amiga deles, eu me envolvo! Pela sua fala, há uma falta de clareza para ela, do que vem a ser autoritária. O exercício da autoridade é necessário e conferido ao professor, que conduz o momento da aula e em nada se relaciona ao autoritarismo.

Os indicadores MI<sub>01</sub>, MI<sub>07</sub>, MI<sub>18</sub>, MI<sub>21</sub>, sinalizam para a má gestão do tempo, ou o excesso de tempo destinado a uma atividade somente (visto nos cadernos) MS(2), revelando que uma prática pedagógica que faz um gerenciamento do tempo da aula questionável, conforme MI<sub>01</sub>: A aula se inicia com a professora sentada à sua mesa, corrigindo os cadernos.., como também o MI<sub>21</sub> Como avalia a aprendizagem dos estudantes: através do caderno e atividades avaliativas na sala de aula. Fala-se em tempo gerenciado de forma questionável, uma vez que 2/3 do tempo da aula é utilizado para corrigir o caderno. Será que uma prática pedagógica adequada não precisaria de 2/3 do tempo para a aula, para discussão, de resolução de exercícios ao invés de corrigir cadernos?

Há os indicadores MI<sub>04</sub>, MI<sub>05</sub>, MI<sub>10</sub>, MI<sub>12</sub>, MI<sub>17</sub>, MI<sub>19</sub>, que sinalizam uma prática pedagógica que se permite envolver com os estudantes MS (3) em momento de descontração, de brincadeira, que ela ri com a turma. O olhar da professora, também busca durante as explicações algum retorno, alguma manifestação de alguém, buscando interagir com eles, no momento da explicação.

Em relação aos conteúdos matemáticos, os indicadores levantaram sinais MI<sub>03</sub>, MI<sub>04</sub>, MI<sub>06</sub>, I<sub>09</sub> cujas características apontam para uma prática pedagógica MS(4) que despreza o rigor matemático, como por exemplo, observou-se no MI<sub>03</sub>: O fator racionalizante é para

multiplicar e, na lousa havia um sinal de igual.  $\frac{6}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2^2}}{\sqrt{2^2}}$ . Para efeitos matemáticos,

não é o sinal de igual, e sim a multiplicação que deve aparecer entre as duas razões. Em relação à falta de rigor, o indicador I<sub>4</sub>, aponta para este sinal, quando revela: Na hora de

simplificar  $\frac{2\sqrt[3]{36}}{6}$ , no quadro ficou como 3.  $\sqrt[3]{36}$  Passado algum tempo, um

aluno percebeu o erro, e foi lá na lousa para arrumar. O correto seria:  $\frac{\sqrt[3]{36}}{3}$ . A

professora não havia percebido. Um estudante atento percebeu, foi lá na frente e observou junto à professora que havia algo que não fazia sentido para ele. Há também o (MI<sub>08</sub>), Os

exercícios contêm frações do tipo:  $\frac{x^2}{2} - \frac{2}{10} = \frac{6x-2}{10}$ . A solução da equação é

representada por S={  $\frac{6}{5}, 0$  }. A solução, nesse caso, foi apresentada em forma de par

ordenado  $(\frac{6}{5}, 0)$ , no lugar das chaves. O par ordenado  $(x, y)$  tem uma representatividade em um contexto muito diferente das chaves  $\{x, y\}$ .

O MI<sub>06</sub> corrobora para a falta de rigor, na condução de uma atividade diferenciada, o Bingo da Multiplicação, na qual o conteúdo a ser fixado era a tabuada. Uma estudante utilizou o celular para cada questão “cantada” pela professora. Maria viu o celular e disse “Nossa, fulana?” (mas não pediu que a mesma guardasse o celular).

Outro sinal que foi levantado, MS (5), de uma prática pedagógica repetitiva. A partir dos indícios, MI<sub>07</sub>, MI<sub>11</sub>, M I<sub>16</sub>, em termos matemáticos, observou-se a repetição demasiada do mesmo tipo de exercício. A mera repetição não garante a aprendizagem, uma vez que as estratégias adotadas serão sempre as mesmas para a resolução daquele tipo de problema. Desta forma, um exagerado número de exercícios, com poucas variações, desmotiva o estudante. Em posse dos sinais, apresentam-se a compilação destes e a categorização em forma de indícios.

#### 5.2.4 Interpretação dos indícios

A partir dos sinais apontados, os indícios convergem para duas distintas categorias, mas não excludentes:

- I- **Indícios** de práticas pedagógicas calcadas em uma **concepção “laissez-faire”**, deixar fazer, sem traços de uma aula que tenha sido planejada.
- MS(1): práticas pedagógicas com dificuldade de manter a ordem e a disciplina.
  - MS(2): práticas pedagógicas com um questionável gerenciamento do tempo.
  - MS(3): práticas pedagógicas com alguma descontração.
- II- **Indícios de práticas pedagógicas** focadas no ensino dos números com uma visão conteudista e distante do rigor necessário ao tratamento dos conceitos da matemática.
- MS(4): práticas pedagógicas que desconsidera o rigor matemático.
  - MS(5): práticas pedagógicas repetitiva, sem variação das estratégias.

#### 5.2.4.1 *Indícios de práticas pedagógicas calcadas em uma concepção “laissez-faire”*

A considerar os indícios que se obteve da professora Maria, nos remete a Perrenoud (2001), quando critica: “ensinar: agir na urgência, decidir na incerteza”, possui relação com sua postura. Na rotina de sala de aula, percebeu-se a professora insegura de suas ações, a ponto de solicitar ajuda para a pesquisadora, conforme o MI<sub>15</sub>: A professora conversa com a pesquisadora sobre a possibilidade de a mesma conversar com a turma, a respeito da indisciplina. Ela cogitou a hipótese de levar os estudantes para conhecerem a Instituição na qual a pesquisadora leciona. Solicitar ajuda retrata sua preocupação com a indisciplina. Há reflexos de uma “reflexão na ação” e que desconhece a forma de resolver/encaminhar.

Perrenoud (2001, p. 15) alerta que “se conseguir evitar a urgência e a incerteza, um professor poderá desfrutar de um oásis de relativa tranquilidade e de certezas provisórias especialmente se puder escolher a escola, os cursos, os níveis a ensinar”.

A professora manifesta pouco cuidado em relação à indisciplina dos estudantes, usando demasiado tempo para dar visto no caderno em detrimento dos momentos de aula, de exercício do pensamento lógico, em aulas expositivas, ou dinâmicas, com a participação de todos, com os estudantes podendo opinar e contribuir com a aula de forma autônoma e madura. O MS(3) que aponta para a prática de uma professora com alguma dificuldade para lidar com a indisciplina, repercutindo na aprendizagem de forma definitiva, pois além do clima onde o barulho prevalece, naturalmente desvia o foco da atenção para o que não seja a aprendizagem, ocasionando danos.

Os indicadores apontam para o encaminhamento das aulas em um clima onde não impera o silêncio e a ordem, requisitos necessários à aprendizagem, sendo ou não de matemática. Para o NCTM (2000, p.19), a tarefa de ensinar matemática, que não é fácil, cabendo ao professor decidir como estruturar o ambiente de aprendizagem e qual o tema matemático a ser enfatizado, ou melhor, dizendo: “os professores estabelecem e alimentam um ambiente que conduz à aprendizagem da matemática através das decisões que tomam, das conversas que moderam e do ambiente físico que criam”. Dessa maneira, entende-se que é da responsabilidade do professor a criação de um “ambiente intelectual no qual o raciocínio matemático sério constitui norma” (NCTM, 2000, p.19).

O não envolvimento dos estudantes na aula pode advir de diferentes variáveis, sendo a falta de interesse uma delas, muitas vezes por falta de estímulos ou de propostas de trabalho instigantes. Brousseau (1996, p. 42) identificou fenômenos da didática e denominou de *Efeito Topázio* aquele que o professor, para obter a resposta correta, facilita cada vez mais as

perguntas e os exercícios, para assim ter a “falsa” impressão que está havendo aprendizagem. Nesse processo, o objeto é desviado fazendo com que os conhecimentos visados desapareçam completamente. O autor esclarece a responsabilidade nessa situação, ao afirmar: “a manutenção do sentido através de alterações de perguntas está sujeita ao controle dos conhecimentos dos professores [...], mas escolha das situações de aprendizagem e sua gestão, habitualmente deixadas ao bom senso do professor”.

Os sinais MS(1) e MS(2) indicam que a professora Maria tem dificuldade para exercer a autoridade em sala e, por isso, perde o rigor, esvaziando sua prática pedagógica. Tal falta de rigor se apresenta ao permitir a indisciplina, observável em determinadas ações, como o uso de palavras inadequadas em sala por parte dos estudantes, permitir que um pedido seu não seja acatado (pedido de silêncio, de que permaneçam sentados, que guardem os celulares). Era visível a desassociação da figura da professora à autoridade, que deveria ser respeitada pela sua condição de condutora do processo de ensino. Cabe ressaltar que a confusão em relação a autoridade *versus* autoritarismo, faz com que muitos professores prefiram se colocar na condição de “amigo” do estudante, para evitar conflitos. Além de pensar que está ganhando a “confiança” dos estudantes, há professores que preferem ser os “descolados”, do que salvaguardar a ordem, disciplina e com isso, conquistar o devido respeito.

Moretto (2004, p. 29) faz referências relativas à inquietação da professora, ao afirmar que um professor se mostra competente ao “ser capaz de estabelecer limites para os alunos, sem apelar para a imposição, é o diferencial entre o professor competente e os ‘outros professores’”. A possível falta de entendimento entre o exercício da autoridade e do autoritarismo inibe a professora a buscar a ordem e o silêncio durante a sua aula. O MI<sub>12</sub>, A turma está fazendo muito barulho, uma aluna diz: “gente, vamos parar com essa bagunça, tem uma pessoa na nossa sala” (se referindo à pesquisadora).

Perrenoud (2001, p. 62) esclarece a respeito de confusões que perpassam a “comunicação em sala de aula”, distorções e confusões sobre conceitos como “o desejo de se comunicar (escutar ou se expressar, participar da troca) e civilidade (respeitar as formas de comunicação, mas também de autoridade)”. Salienta-se para a importância de se manter a ordem e as regras de sala de aula, regras estas salvaguardadas pelo professor, atento e atuante. Perrenoud (2001, p.62) enfatiza: “é imperativo controlar a comunicação para ensinar. Mas, em primeiro lugar, para instaurar a própria possibilidade de um funcionamento didático”. Nessa linha de pensamento, uma prática pedagógica que privilegie o ensino e aprendizagem, há que manter a disciplina e a ordem. Pode-se pensar, então, que a professora Maria

apresenta, em sua prática pedagógica, poucos sinais de preocupação com o silêncio ou com a ordem, durante as aulas.

O MS(3) traz questões de cunho relacional, no qual a professora demonstra a afetividade, se permitindo rir e brincar com os estudantes. Kamii e Declark (1994, p. 67) salientam que “o ambiente sócio-afetivo e intelectual é um grande responsável pela maneira como as crianças aprendem ou não qualquer assunto acadêmico”. Concorda-se com Kamii e Declark (1994), porém ressalta-se o cuidado para que esse ambiente sócio-afetivo em sala de aula não seja desvinculado da intenção didática: motivar para o aprender, favorecendo um clima de autonomia e disposição para o aprendizado, sendo a afetividade um fator para essa finalidade. No entanto, a contar pelos indicadores que geraram este sinal, a professora Maria demonstrou desconhecer a forma de “dosar” a afetividade e o rigor, não incorporando em suas práticas pedagógicas tal equilíbrio.

#### 5.2.4.2 *Indícios de práticas pedagógicas conteudistas, desprovidas de rigor*

Os sinais MS(4), MS(5) indicam que a prática pedagógica da professora é frágil em relação ao domínio dos conceitos matemáticos relacionados à racionalização, uma vez que para introduzir o fator *racionalizante* em um termo fracionário contendo radicais, deve-se multiplicar pelo termo, e não colocar um sinal de = (igual) entre estes.

Os sinais MS(4) e MS(5) descortinam uma prática sem exemplos de aplicações práticas, de atribuição de significados ao objeto do conhecimento, dando indícios de uma prática conteudista, descontextualizada, desassociando a matemática das outras áreas do conhecimento. Tal prática exclui a dimensão social que a matemática possui, como uma ferramenta para a compreensão dos fenômenos e para justificar outras áreas do conhecimento.

Ernest (2000) corrobora a visão contrária ao “senso comum” que trata a matemática como uma ciência fria, difícil, abstrata e inumana. Essa visão se apoia em uma filosofia absolutista que considera “a matemática como um corpo de conhecimento objetivo, absoluto, certo, imutável baseado na lógica dedutiva” (ERNEST, 2000, p. 2). O autor entende que a matemática possui um significado social tão importante, que se deve considerar a imagem pública da matemática quando se fala em educação matemática. Se a imagem da Matemática é, pois, considerada um obstáculo quase intransponível para muitas pessoas, cabe ao professor, em sala de aula, desmistificar tal visão, oferecendo oportunidades diversas de tratar os dados de forma analítica.

Os exercícios apresentados pela Maria foram abordados de forma repetitiva, sem dar a oportunidade dos estudantes de considerarem o tema tratado em outra perspectiva, em um contexto, com algum significado. Considera-se que, talvez, a causa do desinteresse dos estudantes e a conseqüente indisciplina estejam relacionadas ao uso repetido dos exercícios. Demasiados e repetidos exercícios, pode vir a desestimulá-los. Fazer exercícios auxilia no aprendizado, mas as resoluções podem ser realizadas de forma otimizada, se a quantidade dos exercícios dê lugar à qualidade e variedade de abordagens.

### 5.3 Entrelaçando as percepções

As análises realizadas até aqui nos revelaram cenários de professoras que ensinam matemática em diferentes séries do Ensino Fundamental. Os cenários se tornam distintos a partir dos indícios levantados em função de posturas específicas.

Em comum, pode-se observar a busca pela manifestação de carinho dos estudantes e por uma relação amistosa entre professor e estudantes, ou seja, o sorriso espontâneo diante de um comentário. Além desta característica, ambas possuem formação em psicopedagogia, ou seja, buscaram aprimorar a sua formação em áreas que envolvem questões comportamentais.

As avaliações diagnósticas não apresentaram discrepâncias significativas, uma vez que a quantidade de erros (em termos percentuais) foi parecida. Em números, no 9º ano, diferentemente do 5º ano, os estudantes deixaram muitas questões<sup>33</sup> em branco, não se dando ao trabalho de responder, o que remete ao questionamento: não sabiam resolver ou não se envolveram a ponto de esboçar algum raciocínio em torno do que era solicitado? Tal diferença suscita pensar sobre o que acontece com esse estudante que, com o passar dos anos, vem perdendo o entusiasmo, o comprometimento com as questões propostas. A motivação diminui? Ou os interesses mudam de foco? Para esta reflexão traz-se a contribuição de Brousseau (1996), quando trata dos diferentes papéis do professor ao elaborar propostas de aprendizagem esperando do estudante uma resposta, uma devolução do problema. Para o autor,

Não basta “comunicar” um problema a um aluno, para que esse problema se converta em *seu* problema e ele se sinta o único responsável de resolvê-lo. Também não basta que o aluno aceite essa responsabilidade para que o problema que resolva

---

<sup>33</sup> O total de questões em branco foram 90. Em todas as questões, houve quem as deixasse de fazer. Na questão de número 5, envolvendo regra de três simples, obteve-se foi o menor número de questões em branco (4 estudantes) e na questão envolvendo conjuntos numéricos foi apresentado o maior número de questões em branco (15), vindo ao questão em forma de problema envolvendo a montagem algébrica e resolução da questão incompleta do segundo grau, com 14 deixadas em branco.

seja um problema “universal”; livre de pressupostos de subjetivos. (BROUSSEAU, 1996, p. 50).

Segundo a afirmação acima, para que o aluno entre no “jogo”, o professor necessita estar atento e propor situações de desafio, envolver o aluno para que ele se sinta convidado a resolver o desafio proposto por si só (e não pelo desejo do professor). Para isso, o professor há que garantir tais situações, pensar maneiras de oferecer situações-problema instigantes e nada óbvias. Tal construção demanda tempo e trabalho. Faz-se necessária uma mudança de mentalidade, de concepção e de planejamento.

Voltando à questão do “foco”, se o estudante, com o avançar dos anos, muda, perde o interesse, qual seria o papel do professor em posse dessa percepção? A perda do entusiasmo com a aprendizagem (e conseqüentemente com a avaliação) estaria relacionada com as diferentes práticas pedagógicas? Organização, disciplina e diálogo determinariam a postura dos estudantes, o comprometimento em relação às atividades propostas?

Os elementos levantados nas sessões, com as professoras e com os estudantes, trazem também indícios da estreita relação e forte influência da motivação que o professor demonstra e do ambiente que ele cria para a aprendizagem. A qualidade da aprendizagem começa por esse crucial agente: o professor.

Apesar dos resultados semelhantes nas duas avaliações, mesmo com professoras com práticas muito diferentes, entende-se que o professor é importante. Há mais aspectos envolvidos, outros fatores que merecem ser pesquisados.

Segue-se, da mesma forma para esta análise em Portugal, para em seguida analisar de forma conjunta.

## 6 ANÁLISES E INTERPRETAÇÃO DOS DADOS: PORTUGAL

Em Portugal, a condução das análises se deu de forma análoga ao Brasil, sendo que para definir indicadores, sinais e indícios além das observações e entrevistas, foi acrescentada a autoscopia. Em Portugal, os parâmetros escolhidos foram as “Aprendizagens Essenciais” (AE). A partir do que foi demonstrado pelas avaliações diagnósticas realizadas pelos estudantes, segue-se para o levantamento dos indícios, de duas professoras, do 4.º (professora Ivete) e 9.º ano (professora Stella), respectivamente.

### 6.1 Quarto ano e a professora Ivete

A sala de aula do quarto ano, com vinte estudantes com idades entre nove e 10 anos, apresenta as carteiras dispostas em U, com uma mesa de apoio no centro da sala e a mesa da professora, perto da lousa branca. A professora Ivete é formada em Licenciatura e em Ensino de Educação Visual e Tecnológica, e possuía mestrado em Educação na área de Tecnologia Educativa. Docente há 25 anos, atuou nas seguintes séries e ciclos: 2.º ciclo (5.º e 6.º anos), 3.º ciclo (7.º e 9.º anos) e no 1.º ciclo (do 1.º ao 4.º ano). Sua movimentação na sala era constante e ela estimulava e proporcionava momentos de meditação no início de algumas aulas. Conduzia a aula de maneira tranquila, sem alterar o tom de voz, de forma meiga, porém séria.

#### 6.1.1 Descritores e Avaliação diagnóstica

Em posse do material coletado com 18 estudantes nas avaliações, a partir dos erros apresentados, procurou-se por elementos que chamassem a atenção, baseados em alguns descritores oriundos das Aprendizagens Essenciais (AE)<sup>34</sup>.

Para o 4.º ano do 1.º Ciclo do Ensino Básico, foram selecionadas as AE referentes aos Números e Operações que são apresentadas no Quadro 18<sup>35</sup>:

---

<sup>34</sup> Consideradas como parâmetros principais do que é necessário dominar no final de cada período, em Portugal. As AE são oriundas de um documento chamado de Programas e Metas Curriculares, que apresenta as bases curriculares, sendo compostas por “enunciados integradores expressos em descritores de competências que operacionalizam as aprendizagens pretendidas”. (DGE, 2017, p. 8).

<sup>35</sup> Diferente do Brasil, as AE associam o perfil do aluno a cada descritor.

Quadro 18- Aprendizagens Essenciais: números e operações

AE: Objetivos essenciais de aprendizagem	Perfil do Aluno (PA)
Ler e representar números no sistema de numeração decimal até ao milhão, identificar o valor posicional de um algarismo e relacionar os valores das diferentes ordens e classes.	Conhecedor/ Sabedor/Culto/ Informado
Comparar e ordenar números naturais, realizar estimativas do resultado de operações e avaliar a sua razoabilidade.	Criativo
Reconhecer relações numéricas e propriedades das operações e utilizá-las em situações de cálculo.	Crítico/ Analítico
Reconhecer e memorizar factos básicos da multiplicação e da divisão.	Indagador/ Investigador
Calcular com números racionais não negativos na representação decimal, recorrendo ao cálculo mental e a algoritmos.	Respeitador da diferença/ do outro
Representar números racionais não negativos na forma de fração, decimal e percentagem, estabelecer relações entre as diferentes representações e utilizá-los em diferentes contextos, matemáticos e não matemáticos.	Sistematizador Organizador
Conceber e aplicar estratégias na resolução de problemas com números racionais não negativos, em contextos matemáticos e não matemáticos, e avaliar a plausibilidade dos resultados.	Questionador Comunicador Autoavaliador
Reconhecer regularidades em sequências e em tabelas numéricas, e formular e testar conjecturas.	Participativo colaborador Responsável autónomo

Fonte: Aprendizagens essenciais/articulação com o perfil dos alunos, 2018, p. 8.

As AE estão elencadas juntamente com objetivos/ descritores atitudinais, que se quer obter, considerando a maturidade cognitiva e social de cada série. A partir desses parâmetros, a análise se direciona para as avaliações diagnósticas, focando-se os erros apresentados.

Usou-se o mesmo critério do Brasil, considerados 70% do total, um índice satisfatório de aproveitamento. Sendo assim, na avaliação diagnóstica, com 18 estudantes, o número de acertos acima de 13 foi considerado satisfatório.

Para efeito de organização e melhor visualização, os apontamentos foram organizados no Quadro 19.

Quadro 19 - Avaliação diagnóstica 4.º ano

Questão/Tema	Acertos	Falta dominar
1- Coleta e Interpretação de dados, comparação de números, soma e subtração	Interpretação de dados: 17 Relacionar diferença com subtração: 15 Relação parte/todo: realizar a diferença: 15 Identificar 1 dezena e comparar: 18	Relação de equilíbrio entre a compreensão de conceito e a competência de cálculo (destreza)

2-Fração nas suas diferentes representações	Equivalência de frações: 15 Classe de equivalência e simplificação: 18 Comparação de frações: 12 Representar fração: 10	Relação parte/todo, representação fracionária, equivalência e comparação de frações
3- Interpretação de texto, adição. Uso do conectivo “e” como agrupamento de parcelas	Interpretação de texto; transcrição direta: 15 Entender a prioridade de antes multiplicar para depois somar: 12 Somar as quantidades: 12	Interpretação do problema (texto); hierarquia das operações
4- Ordens numéricas	Organizar os diferentes algarismos para compor um número: 16	Situações-problema com a composição decomposição de números
5- Porcentagens Interpretação de dados em uma tabela	Interpretação de dados de uma tabela; obter a porcentagem: dois. Obter o total de porcentagem de um determinado valor: nenhum acerto. Obter o total de porcentagem e somar os resultados: nenhum acerto.	Conceito de porcentagem. A relação na qual um número na forma percentual é uma fração com denominador 100
6- Ordenar algarismos em ordem crescente	Escolher dentre os diferentes algarismos, qual é o menor e, a partir daí ordená-los de forma crescente: 17	Problemas que explorem a associação da relação de ordem nos Naturais
7- Estratégias de resolução de problemas	Raciocínio lógico sobre as possíveis posições dos pedaços de madeira: 10 Depois de colocadas as madeiras, em cada encontro entre as madeiras pregar um prego: 8	Situações de uso do raciocínio lógico. O uso do cálculo de combinações de diferentes em um mesmo problema
8- Composição e Decomposição numérica: padrão de relação: unidades, dezenas, centenas e milhar	Decompor o algarismo 1977: 18 Decompor o algarismo 23 325: 18 Compor o algarismo 62 438: 17	Situações problemas com desafios que tratem de forma detalhada da composição dos números em sua forma polinomial
9- Interpretação gráfica	Interpretação gráfica (somente): 16 Interpretação gráfica e comparativa: 11 Interpretação gráfica e comparativa com estimativa: 16	Interpretação de gráficos de forma mais aprofundada. Diferenciar a leitura da interpretação, já que interpretar dados trata-se de um estágio a mais

10-Reconhecimento de cédulas: sistema monetário nacional	Estratégias de cálculo com cédulas (comparação): sete. Estratégias de cálculo com cédulas: 14 Estratégias de cálculo com cédulas com em função de um valor: 5	Resolução de problemas com valores monetários e na forma decimal
--	---	--

Fonte: Elaboração própria.

Em posse dos dados tabelados e com os apontamentos surgidos acerca das avaliações, segue-se a análise dos aspectos que despertaram mais atenção.

- a) A leitura e escrita numérica são importantes para subsidiar outros conhecimentos; sendo, inclusive uma AE, como a diretriz aponta que se vê no Quadro 18. Se alguns estudantes deixam em branco ou realizam operações inadequadas, apontam para alguma falha de compreensão do conceito ou mesmo de interpretação;
- b) a operação de multiplicação compõe o princípio multiplicativo do SND e permite a visualização de padrões e regularidades próprias do sistema. Dessa forma, com o passar das séries, faz-se necessário avançar na escrita até à casa do milhar, milhão, bilhão, em forma de potências de dez, explorando a multiplicação nesse contexto;
- c) a interpretação do problema vem antes dos conhecimentos matemáticos. Assim sendo, se a interpretação for incorreta, fica difícil definir que cálculos serão adequados. A resolução de problemas, se trabalhada de forma contínua, nos seus diferentes significados e diferentes níveis de dificuldade evita distorções e/ou erro de interpretação. Estratégias de cálculo ainda precisam ser trabalhadas antes que se oficialize a resposta de um problema. Nas avaliações foram verificadas poucas tentativas de cálculo antes de responder, ou mesmo respostas sem cálculo algum;
- d) a destreza matemática: observaram-se discrepâncias nos desempenhos, uma vez que houve estudantes realizando operações não condizentes com a questão (sem compreendê-la) e outros apresentando bom desempenho. Em relação às diferentes formas e velocidade de aprendizagem, está contemplada no documento quando apresenta como uma prática essencial de aprendizagem, o ato de: “realizar tarefas de natureza diversificada (projetos, explorações, investigações, resolução de problemas, exercícios, jogos)”;
- e) a comparação de números: apesar de poucos (25%), ainda há estudantes sem o domínio desta estrutura numérica, que é a relação de ordem entre os números. Ao

- tentar comparar números, foi revelada a dificuldade em encontrar a diferença de um número para uma centena (valor de referência);
- f) a relação parte /todo ainda está confusa, seja numa parcela da subtração, seja em uma representação fracionária, que são dois contextos distintos. Sendo assim, recomenda-se exercitar mais essa relação;
  - g) o cálculo em suas diferentes modalidades: maior ênfase ao trabalho com o exato, aproximado, mental, escrito. As técnicas operatórias ainda são realizadas sem total compreensão, nesse estágio onde se encontram, no 4.º ano;
  - h) a composição e a decomposição de um número em adição de produtos necessitam ser mais bem trabalhados enfatizando o reconhecimento dos seus valores como fatores, múltiplos de potência de dez;
  - i) os valores monetários: uso das moedas como parte decimal. Considerada uma AE, considera-se que explorar diferentes situações com valores monetários se inclui nessa AE a ser atingida.

As percepções obtidas através da produção dos estudantes poderão ser ainda melhor compreendidas e contextualizadas a partir da prática docente, que é o que se pretende explorar de seguida. Busca-se, por conseguinte, olhar para a professora e todo o seu entorno, ou seja, a gama de fatores que envolvem e balizam a prática docente.

A seguir, as análises centram-se na professora Ivete, com o que se coletou de dados: observações, entrevistas e autoscopia.

#### 6.1.2 Indicadores: percepções emergindo das observações, entrevistas e autoscopia

Apresentam-se de forma sintética os indicadores elencados que foram as percepções da pesquisadora acerca do que foi observado, no Quadro 20<sup>36</sup>.

Quadro 20 - Indicadores das práticas pedagógicas a partir das observações de Ivete

Indicadores	Descrição dos indicadores levantados nos momentos de observação
IvI01	Inicia a aula promovendo uma meditação, com voz suave, terminando com alongamento: relaxem os ombros, ouçam a sua própria respiração. As crianças perguntam pelo “sumário” e ela prontamente <u>expõe no quadro as atividades do dia</u> .
IvI02	<u>Inicia o assunto perguntando</u> : o que é fração? Como é composta uma fração? No quadro ela escreve a sequência das atividades da aula.

<sup>36</sup> A autoscopia será utilizada para a interpretação dos indícios

IvI03	Pede que os alunos “ditem” a fração. Frações equivalentes. Equivalem a mesma coisa. Representam a mesma quantidade. Ela enfatiza que na simplificação, a divisão é exata. Ela orienta para que revejam o que o exercício pede e talvez tenham que refazer.
IvI04	Qual é a regra? (para somar frações com denominadores iguais). Aborda, fazendo perguntas sobre a multiplicação de frações. Provoca uma discussão sobre a diferença entre a soma e a multiplicação. Corrige a postura.
IvI05	Exemplifica um tipo de agrupamento (5 pauzinhos) como técnica de contagem. <u>Circula pela sala e acompanha as construções.</u> Eles fazem silenciosamente o exercício. Os que terminaram o gráfico, ela sugere que façam os exercícios de revisão.
IvI06	Ajuda na postura dos alunos (arrumar as costas), no início da aula. Há o lançamento do “dado dos sentimentos”, e o menino sorteou “dar mais amor”. <u>Fala sobre o amor ao próximo.</u>
IvI07	Ensina o “matematiquês”, a escrita matemática. Lê 7 maior que $12/10$ , para que escrevam. Décimas (número decimal) é diferente de décimos (forma fracionária).
IvI08	Explica (de forma demorada) para a aluna especial, e pergunta se a mesma entendeu. Dita: o quociente de uma centena por um quarto. Faz referência à reta numérica. <u>Incentiva a pensar matematicamente.</u> Fala do cálculo mental.
IvI09	Fala em operação inversa da divisão como se fosse fazer a prova real. Fala “total” como referência ao resultado da soma. <u>Enfatiza</u> as diferenças de nomenclaturas: total (soma) diferença ou excesso (resto), produto (multiplicação) e quociente.
IvI10	Lê um problema do Rei Afonso (área de uma figura). Conta a história um pouco mais pormenorizada. Para resolver um problema, <u>enfatiza a sequência de organizar as informações em dados-indicações-operações.</u>
IvI11	Na multiplicação de 540 por 170, arma a conta, mas sugere que façam $54 \times 17$ e acrescente dois zeros. Diz: “todos estão acompanhando”? Sim? Ou não?
IvI12	Em relação a 91800 (área), decompõe: $91000+800$ e pergunta: quantos milhares? Quantas unidades? Se eu pergunto quantas unidades, eu leio o número até as unidades. <u>Remete aos múltiplos e submúltiplos do metro.</u> Conseguem perceber?
IvI13	Para somar números decimais ( $0.58+0.42$ ), arma a conta e sugere que sejam transformados em frações decimais e somem. Repete e reforça com 4 exemplos a leitura do número de diferentes formas, a turma lendo em voz alta.
IvI14	Para multiplicar números decimais ela provoca uma situação e um aluno questiona: “mas como numa multiplicação o resultado fica menor”? <sup>37</sup> <u>Exemplifica</u> com a forma fracionária, por início, e depois, com 10, 100, 1000 ela fala sobre “correr a vírgula”, mas com a continha ao lado.

<sup>37</sup> Nesse momento houve uma situação que requereu da professora habilidades para explicar e convencê-los de que multiplicar algo por  $1/10$  era o mesmo que dividir por 10. O livro texto trazia este exemplo:  $1,7 \times 0,1 = \frac{17}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{17}{10} \div 10 = \frac{17}{10 \times 10} = \frac{17}{100} = 0,17$ . A terceira passagem gerou muitas dúvidas.

IvI <sub>15</sub>	Toca música clássica (baixinho). Enfatiza a <u>importância de refletir e se concentrar</u> . Faz uns exercícios com fichas de tabuada. Atenta para a necessidade de dominar a tabuada
-------------------	---

Fonte: Elaboração própria.

É possível constatar características de uma prática pedagógica que valoriza aspectos relacionados ao ambiente propício à aprendizagem, pelo silêncio, ordem, meditação, música clássica que toca baixinho ao fundo da sala. Seu olhar é atento, alerta às reações enquanto fala.

Apresentam-se, no Quadro 21, indicadores obtidos a partir da entrevista com a professora. Tais instrumentos (vide Apêndice E) objetivaram levantar aspectos relativos à sua concepção sobre a prática pedagógica e sobre conceitos do SND.

Quadro 21 - Indicadores obtidos a partir da entrevista com a professora Ivete

IvI <sub>16</sub>	<u>Sua prática: Procuo diversificar as estratégias</u> , conforme os conteúdos. Sempre um paralelo com o dia a dia. Uso ruas para exemplificar paralelas, embora saiba que geometricamente não são, mas a noção eles têm que ter. Saber a utilidade da matemática. Além de ensinar os conteúdos, <u>cuido muito dos valores</u> . Eu trabalho muito os valores dentro de sala de aula, é muito importante. Se rirem de um colega, não perdo. Tem que respeitar a vez do outro, do jeito dele. "Hoje temos que trabalhar coisas em sala de aula, que antes os pequenos já sabiam, traziam de casa (1/2 dúzia, arroba...)" <u>Formação</u> : Possui Licenciatura em ensino de educação visual e tecnológica, Mestrado em educação na área de tecnologia educativa.
IvI <sub>17</sub>	<u>Abordagem de conteúdos envolvendo SND</u> : Nos algoritmos, tento buscar exemplos de brincadeiras, para que não fique tão mecânico. Na divisão, por exemplo, eu ensino-lhes algum truque, (mas com uma rotina) uso cores diferentes para que entendam, para que associem mais facilmente e priorizar a técnica. Sempre conto uma estória. Faço muitas associações às situações concretas, tem que ser materializado. Eles têm que ver, tem que pegar, além do desenho, que uso bastante.
IvI <sub>18</sub>	<u>Transição das ordens dos algarismos e o valor posicional</u> : Muitas vezes uso o ábaco, temos que voltar atrás e buscar o que usaram em séries anteriores. O valor absoluto e valor relativo. O Mab (material dourado) já foi utilizado em séries anteriores. Mas alunos com maior dificuldade, eu utilizo. Digo para que coloquem a lápis em cima do algarismo, unidade, dezena, centena... Coloque lá no sítio (lugar) o número de ordens e vá preenchendo... vão escrevendo... além de ser importante a oralidade.
IvI <sub>19</sub>	<u>Como avalia a aprendizagem dos estudantes</u> : Eu avalio tudo. Desde os valores, a postura, a participação, entusiasmo, motivação, avalio tudo. Nos conteúdos matemáticos, as fichas formativas me apontam onde eles erraram para podermos voltar a falar naquilo, para aprenderem de fato. Mesmo sendo uma minoria, todos retomam, pois eles não perdem nada com isso. Às vezes eu digo para que um colega ajude ao outro, que explique ao colega. <u>Essas interações são por demais importantes</u> .

IvI <sub>20</sub>	<u>Procedimentos adotados em caso de não aprendizagens: Retomo o conteúdo de forma completa, exalto os pontos positivos, por menor que seja o avanço. Acho importante valorizar aquele que apresenta dificuldades, mas que avança, que compreende. Reforçar o que está sendo feito certo.</u>
	Autoscopia
IIA <sub>01</sub>	Eu vejo uma professora que se preocupa com os valores, justa. Em situações em que um “miúdo” respondeu na frente de outro, a professora interferiu e falou sobre respeitar a vez para falar e sempre ter respeito pelo outro.
IIA <sub>02</sub>	Nas filmagens, a contar pela forma que a professora propõe a atividade, ela inventa coisas, tem criatividade, sai do convencional... <i>Eu não consigo dar só as minhas aulas; eu não consigo, não é do meu feito. Não consigo dar as minhas aulas e ficar só naquilo</i>
IIA <sub>03</sub>	A pesquisadora volta a fita para apontar um cacoete que ela possui, de repetir sempre o mesmo som, um vício de linguagem, como se dissesse entre as frases: (ãããã). Ivete afirma: e não é mesmo? Vou me policiar mais sobre essa questão.
IIA <sub>04</sub>	Nas filmagens pude ver: postura, tom de voz, sobre a forma como escrevo na lousa, sempre falando e se voltando para os estudantes maneira tranquila de falar, repetir, sem. Não levanto o tom de voz. Sou tranquila e consigo manter a ordem dessa maneira.
IIA <sub>05</sub>	Dá para ver nas filmagens como eles participam, vejo que se esforçam para responder. Isso é importante.
IIA <sub>06</sub>	Vejo uma professora que busca fazer um paralelo com a realidade, com o dia a dia, que é para eles entenderem que a matemática: <i>não é só um conteúdo que eles vêem ali na aula, mas que faz sentido para fora da sala, um significado.</i>
IIA <sub>07</sub>	Eu me movimento o tempo todo, arrumo a postura de um, o ombro de outro. Essa filmagem mostra uma professora que se preocupa com o bem estar dos alunos, para que possam aprender melhor.

Fonte: Elaboração da autora.

Os indicadores organizados e tabelados servirão de base para as análises que buscam revelar sinais, convergindo para os indícios. Uma vez que em Portugal houve a autoscopia com ambas as professoras, esta será utilizada para a interpretação dos indícios. A seguir, discorre-se sobre o que emergiu desses momentos junto da professora.

### 6.1.3 Os sinais revelados

A contar pelos indicadores de número: IvI<sub>01</sub>, IvI<sub>06</sub>, IvI<sub>08</sub>, IvI<sub>15</sub>, IvI<sub>16</sub>, IvI<sub>17</sub>, IvI<sub>19</sub>, IvI<sub>20</sub>, que se entrelaçam revelando uma prática pedagógica que proporciona um clima de tranquilidade, de concentração e harmonia dentro de sala, seja pela meditação que promove no início da aula, seja na postura e na organização do ambiente de sala de aula, seja pela música clássica baixinha que toca de fundo. Quando ela afirma: “Eu trabalho muito os valores dentro de sala de aula, é muito importante. Se riem de um colega, não perdoe. Tem que

respeitar a vez do outro, do jeito dele.” (IvI<sub>16</sub>), deixa clara a importância dos aspectos do viver em comunidade, em espaços coletivos, nos quais o respeito pelo outro e as diferenças devem estar sempre presentes.

Em outro momento, “há o lançamento do “*dado dos sentimentos*”, e o menino *sorteou dar mais amor.*” (IvI<sub>6</sub>), a professora fala sobre o amor ao próximo. Ivete se calca no aspecto humano e na formação integral do estudante,

acreditando ser a aprendizagem um aspecto fundamental, mas aprender valores, espírito colaborativo e igualitário, nos revela o primeiro sinal, IvS (1), de uma prática pedagógica formadora, humanista.

Os indicadores IvI<sub>10</sub>, IvI<sub>15</sub>, IvI<sub>16</sub>, IvI<sub>17</sub>, IvI<sub>18</sub> apontam para uma professora que “transpira arte” e imaginação. Ela admite que sua formação artística impera no planejamento e desenvolvimento das atividades, sempre incrementando, ao admitir: Eles têm que ver, têm que pegar, além do desenho, que uso bastante (IvI<sub>17</sub>).

A forma como elabora as perguntas, sempre com uma estória a florear o assunto, desperta a curiosidade dos estudantes, O que se pode obter, a partir desses indicadores, sinal Iv S(2) de uma prática pedagógica que valoriza a arte e cultura para embasar o uso de estratégias diferenciadas.<sup>38</sup>

Na rotina de aula, foi possível verificar a coerência entre o seu discurso e a sua prática, a contar pelos indicadores IvI<sub>18</sub>: Digo para que coloquem a lápis em cima do algarismo, unidade, dezena, centena., coloque lá no sítio (lugar) o número de ordens e vá preenchendo.... vão escrevendo... além de ser importante a oralidade. Sua preocupação com a aprendizagem é perceptível, inclusive o IvI<sub>8</sub> revela: *Dita: o quociente de uma centena por um quarto. Faz referência à reta numérica. Incentiva a pensar matematicamente. Fala do cálculo mental.* Se confrontados os indicadores IvI<sub>06</sub>, IvI<sub>10</sub>, IvI<sub>13</sub>, IvI<sub>14</sub>, IvI<sub>16</sub>, IvI<sub>20</sub>, emerge mais um sinal, IvS (3), de uma professora cuja prática pedagógica em que as ações correspondem ao discurso, existindo uma coerência.

Em relação aos conteúdos matemáticos, os indicadores revelaram uma prática docente que considera os temas prévios e os traz à tona sempre que necessário IvI<sub>02</sub>, IvI<sub>4</sub>, IvI<sub>11</sub>, IvI<sub>12</sub>, IvI<sub>16</sub>, IvI<sub>17</sub>, IvI<sub>18</sub> de forma gradativa e processual. Também a professora Ivete investe na leitura matemática, fazendo-os repetir os números em forma inteira ou decimal. Ela propôs o “matematiquês” que consistia em transpor da linguagem coloquial para a linguagem formal, revelando uma prática pedagógica IvS(4), que considera a importância da linguagem formal e

---

<sup>38</sup> Na entrevista, a professora admitiu que inicialmente pretendesse cursar Belas Artes, “mas não tinha aqui (em Braga)”. Decidiu então cursar Licenciatura em ensino de Educação visual, que “me calhou bem”.

dos pré-requisitos, pois sempre que possível ela retoma e faz conexões com o tema já visto e o atual.

A sua prática em relação aos conteúdos, trabalhados de diferentes formas, que pode ser visto também pelo indicador IvI<sub>13</sub>: *Para somar números decimais (0.58+0.42) ela arma a conta e sugere que sejam transformados em frações decimais e somem. Ela repete e reforça com 4 exemplos a leitura do número de diferentes formas, a turma lendo em voz alta. A contar também pelos indicadores IvI<sub>03</sub>, IvI<sub>04</sub>, IvI<sub>05</sub>, IvI<sub>07</sub>, IvI<sub>09</sub>, IvI<sub>10</sub>, IvI<sub>12</sub>, reforça-se a utilização de diferentes abordagens e estratégias num mesmo tema. A preocupação com a aprendizagem permeia a prática pedagógica, IvS(5), que explora diferentes possibilidades de abordagens trazendo atividades de jogos, desafios e de questões para serem discutidas por todos.*

Mais especificamente ao tratamento dos temas subjacentes ao SND, a professora, sempre que possível, traz à tona e retoma o que suporta as aprendizagens, como afirma: Digo para que coloquem a lápis em cima do algarismo, unidade, dezena, centena..., coloque lá no sítio (lugar) o número (IvI<sub>18</sub>). Demonstra saber da importância dessa base para que os estudantes possam avançar no entendimento dos decimais.

#### 6.1.4 Interpretação dos Índícios

A partir da associação dos sinais, os indícios convergem para duas categorias, em torno de práticas pedagógicas:

- I. **Índícios** de uma prática pedagógica focada em valores, numa perspectiva formativa, humanista e dialógica e coerente:
  - IvS(1): prática pedagógica formadora, humanista.
  - IvS(3): prática pedagógica coerente com a teoria e prática.
- II. **Índícios** de uma prática pedagógica que utiliza a linguagem formal e diferentes estratégias:
  - IvS(2): prática pedagógica que valoriza a arte e cultura para embasar o uso de estratégias diferenciadas.
  - IvS(4): prática pedagógica que considera a importância da linguagem formal e dos pré-requisitos;
  - IvS(5): prática pedagógica que explora diferentes abordagens, propondo atividades variadas.

A seguir discorre-se sobre cada um dos indícios levantados em função dos sinais levantados.

#### 6.1.4.1 *Indícios de uma prática pedagógica focada em valores, numa perspectiva formativa humanista e dialógica*

É possível relacionar a prática pedagógica de Ivete ao pensamento de Dienes (1970), sobre uma formação que considera o aspecto motivacional, quando o professor não deve dar sempre as respostas prontas, mas sim ajudar a pensar de forma criativa, diferente. O autor afirma: “Poderá dizer, por exemplo, por que não botar uma janela aí? Você não acha que está muito escuro aí dentro”? Em lugar de “em vez de tirar aquele quadrado, você deveria apanhar alguns retângulos e cubos e fazer um quadrado no meio” (DIENES, 1970, p. 11).

Em relação ao seu comportamento, a professora apresenta aspectos que coadunam com uma abordagem humanista<sup>39</sup>. Segundo Mizukami (1986, p. 39), esta abordagem enfatiza as relações interpessoais e o crescimento que delas resulta, com a finalidade de proporcionar o desenvolvimento do indivíduo. Conforme a autora, nessa perspectiva “o professor em si não transmite o conteúdo, dá assistência, sendo um facilitador da aprendizagem. [...] a atividade é considerada um processo natural que se realiza através da interação com o meio” A autora enfatiza, baseada na filosofia da educação subjacente ao Rogerianismo (C. Rogers), uma educação centrada no sujeito, com vistas a promover o crescimento pessoal e interpessoal.

Da percepção que se teve a partir dos sinais, a visão humanista dessa professora ao promover situações que valorizem a autonomia e o respeito às diferenças é marcante. O indicador IvI<sub>01</sub> revela a base humanista que está intrínseca a sua formação e que ela vivência em sala de aula.

Na reflexão conjunta, (autoscopia), vendo-se nas imagens, andando pelas carteiras, arrumando a postura de um, guarda o excesso de material de outro (em baixo da carteira), faz um movimento com o dedo na boca (para fazer silêncio), ela afirma: *sou bem assim... vou ajustando um, arrumando outro: a postura é fundamental!*

A considerar os sinais levantados, na autoscopia emergem também características de uma prática pedagógica que age em consonância com uma perspectiva humanista, “eu

---

<sup>39</sup> Esta abordagem recebeu no Brasil, como literatura mais difundida, os autores A. Neill, sendo classificado comumente como “espontaneísta”, propondo que a criança se desenvolva sem intervenções, enquanto C. Rogers, identificado como representativo da psicologia humanista (MIZUKAMI, 1986, p. 37).

*trabalho muito os valores*” que, segundo Sacristán e Gómez, (2007, p. 374), ”promove atitudes de busca, de experimentação de crítica, de interesse e trabalho solidário, de generosidade, de iniciativa e colaboração”.

Não quer dizer que Ivete faça das suas aulas um constante ‘amadurecer por si próprio’. Há uma dosagem equilibrada entre atividades nas quais os estudantes participam das decisões e interferem no andamento da atividade, como também há momentos nos quais é clara a condução de processo de aquisição do conhecimento. Ainda assim, a professora conduz ao diálogo, induzindo o debate, pedindo diferentes pontos de vista sobre um determinado tema, vindo ao final, institucionalizar o saber (BROUSSEAU, 1996).

Na autoscopia, Ivete afirma: *Eu vejo uma professora motivada. O que vejo é alguém que se prepara para as suas aulas.* Para Tardif (2006, p. 234), “A docência tornou-se, certamente, um trabalho [...] mais difícil, sobretudo, no plano emocional (alunos mais difíceis, [...] desmoronamento dos valores tradicionais) e cognitivo (heterogeneidade da clientela)”. Tais exigências (consideradas atuais pelo autor) sugerem que as condições de trabalho dos professores se tornaram mais graves e complexas com o tempo. Esta constatação suscita a reflexão no sentido de considerar Ivete uma professora que dribla esses entraves e enfrenta a diversidade da sala de aula com firmeza e consciência do público que possui.

Um dos quatro pilares da educação<sup>40</sup> (DELORS, 1998), que preconiza o “aprender a conviver”, é vivenciado por essa professora. Ao declarar (autoscopia), *“Eu não uso as mesmas estratégias. Sendo minha formação artística, tenho mais facilidade, consigo fazer de forma rápida as coisas diferentes, invento coisas. Mudo a estratégia para poder abranger mais aluno. Eu não paro quieta!”*, Ivete reconhece sua prática criativa, aproveitando de sua facilidade viés artística, investindo em projetos e atividades diferenciadas.

Ivete se mostra dedicada, envolvida com as atividades que propõe aos estudantes, transparecendo no clima de sala de aula, com os estudantes atentos, mostrando-se curiosos e com disposição para realizar as tarefas propostas. *“Eu me preparo para cada momento da aula, invento coisas. Uso exemplos, analogias”*.

---

<sup>40</sup> Os quatro pilares da educação são conceitos de fundamento da educação baseados no Relatório para a UNESCO da Comissão internacional sobre Educação para o Século XXI, coordenada por Jacques Delors, em 1998.

#### 6.1.4.2 *Indícios de uma prática pedagógica que utiliza a linguagem formal e diferentes estratégias*

A prática pedagógica de Ivete está em consonância com as orientações do NCTM (2000, p. 173), que alertam: “uma melhor compreensão do sistema numérico decimal deverá ser consolidada através do trabalho continuado com números maiores, assim como os decimais”. Os indicadores IvI<sub>14</sub> e IvI<sub>18</sub> corroboram com as orientações, uma vez que o tratamento dos elementos do SND se faz presente em sua prática pedagógica, de forma oportuna, demonstrando conhecer o aspecto evolutivo do currículo, e remetendo, sempre que possível aos aspectos do SND.

A autoscopia revelou que Ivete é ciente de suas ações cuidadosas para garantir aprendizagem do SND, ao afirmar: *Eu vejo uma professora motivada. O que vejo é alguém que se prepara para as suas aulas.*

A variedade de atividades propostas revela sua preocupação com a representação dos objetos, pois ao oferecer diferentes formas de abordar um mesmo tema, dá pistas de estar ciente que o objeto não pode ser confundido com suas representações (PANIZZA, 2007). No indicador IvI<sub>16</sub>, Sempre um paralelo com o dia a dia. Uso ruas para exemplificar paralelas, embora saiba que geometricamente não são, mas a noção eles têm que ter, pode-se perceber na que o objeto geométrico é abordado em mais de uma representação, bem como os números não podem ser confundidos com os sinais numéricos, como se vê no IvI<sub>7</sub>: Ela ensina o “matematiquês”, a escrita matemática. Ela lê 7maior que 12/10, para que escrevam. Décimas (número decimal) é diferente de décimos (forma fracionária).

Das práticas pedagógicas de Ivete, pode-se constatar seu domínio sobre os temas matemáticos relacionados diretamente ou indiretamente com o SND, bem como a consciência de que a numeração escrita existe não só dentro da escola, mas fora também (LERNER; SADOWSKI, 1996), bem com a “escrita dos nós” (10, 20, 30), sendo trabalhados em contextos significativos. Ela sabe promover a discussão entre as crianças, uma vez que tais confrontos permitem a comparação e/ou a constatação de inconsistências entre as afirmações, vindo a professora, ao final destas discussões, institucionalizar o saber, pois segundo o autor,

A consideração “oficial” do objeto de ensino por parte do aluno, e da aprendizagem do aluno por parte do professor, é um fenômeno social muito importante e [...] uma fase essencial do processo didático: esse duplo reconhecimento constitui o objeto da institucionalização. (BROUSSEAU, 1996, p. 56).

Em relação aos objetos matemáticos envolvendo SND, IvI<sub>03</sub>, IvI<sub>04</sub>, IvI<sub>07</sub>, IvI<sub>08</sub>, a prática docente de Ivete vivencia a Institucionalização e demonstra conhecer a natureza do objeto de conhecimento, direcionando, portanto, a aprendizagem à valorização as conceitualizações das crianças à luz das propriedades desse objeto (LERNER; SADOWSKI, 1996). Dessa forma, esta professora vivencia em sua prática o que prega em seu discurso. Promove a reflexão, envolvendo-as em atividades que propiciem o avanço no campo cognitivo, em paralelo com os avanços no campo afetivo.

Nas práticas pedagógicas de Ivete é possível verificar, IvI<sub>11</sub>, IvI<sub>12</sub>, IvI<sub>13</sub> a preocupação com o desenvolvimento do raciocínio, pois ela interrompe a explicação para perguntar: “*todos estão acompanhando? Sim ou não?*” Serrazina (2002, p. 59) elucida esta questão, quando adverte para o olhar atento do professor para oferecer situações de aprendizagem que envolva os estudantes em atividades significativas, de cunho investigativo, em um processo gradativo. “A proficiência de cálculo deve ser desenvolvida a par da compreensão do papel e significado das operações nos sistemas numéricos”. A autora complementa que “O ensino dos números e das operações na educação básica não deve visar a aquisição de um conjunto de técnicas rotineiras, mas sim uma aprendizagem significativa ligada a uma compreensão relacional das propriedades dos números e das operações” (SERRAZINA, 2002, p. 59).

O sinal obtido em relação às diferentes estratégias e a linguagem formal utilizada por Ivete está de acordo com os pressupostos de uma prática docente balizada pelo respeito ao processo gradativo de aquisição de conhecimentos matemáticos, calcados nos conhecimentos prévios.

A seguir segue para o detalhamento da professora Stella, com os mesmos parâmetros e métodos utilizados.

## **6.2 Nono ano e a professora Stella**

Eram 24 estudantes, entre 14 e 15 anos, sendo um com 16 anos. A sala de aula era composta por carteiras duplas dispostas em fileiras, sem um lugar fixo para cada um, mas os estudantes costumavam ocupar os mesmos lugares. A sala continha a mesa do professor, a lousa era branca e havia multimídia na sala. Os estudantes comportavam-se de forma silenciosa, participavam pouco, embora a professora lançasse perguntas. Aparentavam timidez, um pouco de apatia e se ocupavam em copiar da lousa, quase todo o tempo da aula. Na hora de resolver exercícios, o faziam silenciosamente e eventualmente cochichavam uns com os outros. A professora utilizava bastante a lousa para as correções, eventualmente

convidava algum estudante para ir ao quadro resolver o exercício e ia comentando durante a resolução. Ela se movimentava pela sala enquanto os estudantes trabalhavam. O clima na sala era de pouca interação, com poucas perguntas. Stella explicou que, ao entrar no 3.º ciclo, havia uma escolha entre o Científico Tecnológico e o Científico Humanista, cuja seleção era feita em forma de exames. Naquela turma, a maioria optou pelo Científico Humanista, onde a ênfase na Matemática era menor que no Científico Tecnológico.

Em relação ao questionário, a professora não respondeu quatro perguntas que se relacionaram ao SND, alegando não ser parte dos conteúdos das séries.

### 6.2.1 Descritores e Avaliação diagnóstica

De forma análoga ao 4.º ano, em posse do material coletado com 20 (dos 24 da turma, 20 fizeram a avaliação diagnóstica) estudantes, a análise foi iniciada, objetivando averiguar a condição de aprendizagem dos mesmos. Nas avaliações, a partir dos erros apresentados, procuraram-se elementos que nos chamassem a atenção, baseados em alguns descritores oriundos das Aprendizagens Essenciais (AE), consideradas como parâmetros principais do que é necessário dominar no final de cada período. Para o 9.º ano do 3.º Ciclo do Ensino Básico, foram selecionadas as AE para os Números e Operações apresentadas no quadro abaixo, salientando os números racionais positivos e negativos, introdução dos números racionais, expandindo para o conjunto dos números reais, além do uso de estratégias de cálculos para a resolução de problemas.

Quadro 22 - Aprendizagens Essenciais: Números e Operações

AE: objetivos essenciais de aprendizagem	Perfil do Aluno (PA)
Reconhecer números inteiros, racionais e reais nas suas diferentes representações, incluindo a notação científica, em contextos matemáticos e não matemáticos.	Conhecedor/ sabedor/ culto/ informado
Comparar números reais, em contextos diversos, com e sem recurso à reta real.	Criativo
Calcular, com e sem calculadora, com números reais recorrendo a valores exatos e aproximados e em diferentes representações, avaliar os efeitos das operações e fazer estimativas plausíveis.	Crítico/ Analítico
Reconhecer que as propriedades das operações em $\mathbb{Q}$ se mantêm em $\mathbb{R}$ , e utilizá-las em situações que envolvem cálculo.	Indagador/ Investigador
Resolver problemas com números reais em contextos matemáticos e não matemáticos, concebendo e aplicando estratégias de resolução, incluindo a utilização de tecnologia, e avaliando a plausibilidade dos resultados.	Respeitador da diferença/ do outro

Desenvolver a capacidade de abstração e de generalização, e de compreender e construir argumentos matemáticos e raciocínios lógicos, incluindo provas e demonstrações.	Questionador
Expressar oralmente e por escrito ideias matemáticas, com precisão e rigor, para justificar raciocínios, procedimentos e conclusões, recorrendo ao vocabulário e linguagem próprios da matemática (convenções, notações, terminologia e simbologia).	Comunicador Autoavaliador
Desenvolver interesse pela Matemática e valorizar o seu papel no desenvolvimento das outras ciências e domínios da atividade humana e social.	Participativo colaborador
Desenvolver confiança nas suas capacidades e conhecimentos matemáticos, e a capacidade de analisar o próprio trabalho e regular a sua aprendizagem.	Responsável/ Autónomo
Desenvolver persistência, autonomia e à-vontade em lidar com situações que envolvam a Matemática no seu percurso escolar e na vida em sociedade.	Cuidador de si e do outro

Fonte: Programas e Metas curriculares. Aprendizagens essenciais/articulação com o perfil dos alunos, 2018, p. 8.

Observa-se, a partir das AE apresentadas, que os elementos próprios do SND se diluem e estão implícitos em outros temas, seja nos problemas, na álgebra, aritmética ou em alguns conjuntos numéricos. Os descritores apresentados no PA revelam a preocupação com a maturidade que vai além dos aspectos cognitivos, passando pela autonomia, a preocupação com o outro e o espírito colaborativo.

### 6.2.2 Aspectos observados na Avaliação Diagnóstica: o que os erros apontam

O número de acertos revela as aprendizagens da turma e o seu entendimento acerca dos temas que foram solicitados. Após esta tabela, se fará uma análise geral sobre os resultados.

Quadro 23 - Avaliação Diagnóstica 9º ano

Questão/Tema Descritores	Acertos	Falta dominar
1- Raciocínio lógico; valor posicional; números pares e ímpares.	Formar o maior número possível com os algarismos do problema: 18. Elencar os números pares (sem repetição): nenhum. Elencar os números ímpares (sem repetição): 5 Em branco: 2	Compor algarismos de modo a formar o maior possível. Trabalhar com diferentes combinações com números

2-Regra de três: proporcionalidade.	Acertaram completamente: 17 Erros totais: 3 Em branco: 1	Cálculo com regra de três
3- Raciocínio lógico; equação incompleta de segundo grau.	Acerto total: nenhum aluno Acertos parciais: seis. Erros totais 14 Em branco: 4	Passagem da linguagem coloquial para a linguagem algébrica.
4- Interpretação de texto; sistemas de equações lineares.	Interpretação (só assinalou): nove Resolver o sistema de equações: 2. Erros totais: 9	Interpretação de texto. Resolução de sistema de equações lineares
5- Regra de três e porcentagem.	Acertos totais: quatro alunos, (sendo dois sem apresentar os cálculos). Erros totais: 16.	Problemas com porcentagem. Regra de três
6- Sistema de numeração decimal.	Acertos totais: 17 Erro total: 4	Classes e ordens representativas do SND.
7-Proporcionalidade; relação entre grandezas	Acertos totais: 14 Erros totais:6. Somente a tabela: 10	Interpretação em dados com tabelas. Termo “quociente”
8-Reta numerada. relação de ordem nos números reais	Acertos totais: 20 Erros totais:0	A turma demonstrou dominar o tema
9-Interpretação de texto. Análise de gráfico.	Acertos totais: dois. Acertos parciais: 17 Erros totais: 1	Questões com elementos dispostos em gráficos, bem como a sua leitura e sua interpretação
10-Valor posicional: SND.	Acertos totais:9. Erros totais: 7 Em branco: 3	Valor posicional: o que significa e a nomenclatura.
11-Conjuntos Numéricos: relação de inclusão.	Acerto total: um Acertos parciais: 13 Erros totais: 4 Em branco: 2	Conjuntos numéricos. Relação de inclusão.
12-SND. Material dourado.	Acertos totais 4 Acertos parciais: 15 Erros totais: 1.	Situações de trocas Agrupamentos

Fonte: Elaboração própria.

Seguindo-se os mesmos critérios adotados anteriormente, um desempenho satisfatório da classe é considerado com 70% de aproveitamento, ou seja, 14 estudantes. A partir do resultado apresentado no quadro 23, alguns aspectos podem ser observados e salientados em relação às aprendizagens. Segue-se para esta análise a seguir:

- a) A interpretação das questões não foi totalmente esgotada, com algumas (poucas) das questões em branco;

- b) o raciocínio algébrico deveria já estar dominado por esta turma. A noção da operação de potência, cuja regra permite que um número e o seu simétrico, se elevados a número par, resultam no mesmo valor. Não há o entendimento de questões algébricas (14 erradas, equivalendo a 70% da turma) como a resolução de sistemas lineares (nove erradas, equivalendo a 45% da turma). Em relação à resolução de problemas envolvendo o raciocínio lógico, montagem e resolução de equação incompleta do segundo grau, nenhum aluno acertou a questão totalmente. A considerar que o tratamento algébrico se inicia em séries anteriores ao 9.º ano, tal conteúdo já era para estar aprendido, porém, a maioria ainda não se apropriou deste conceito algébrico, com uma variável;
- c) a resolução de problemas de forma interpretativa: analisar o contexto, medir dados estatísticos e ampliar cálculos de probabilidade; as estratégias recrutadas neste tipo de questão representam relações importantes com outras áreas do conhecimento;
- d) as questões envolvendo valor posicional: se considerarmos erros (7) e em branco (3), este número representa a metade da turma, demonstrando a necessidade de reforçar, retomar. Pode, inclusive, ser trabalhado de maneira lúdica, com jogos de dominós, etc. Mas se faz necessária uma retomada;
- e) a representação de agrupamentos de dez: A questão aponta alguma familiaridade com as representações da base 10 através do material dourado (Mabe). As barras, cubinhos, cubão e placa, foram facilmente identificadas e somadas conforme o solicitado no exercício;
- f) os Números Racionais: Na questão, envolvendo o cálculo de porcentagem e de desconto, foram requeridos conhecimentos de regra de três, porcentagem e interpretação, que, a ver pelos erros apresentados, não está totalmente dominado. Segundo os Programas e Metas Curriculares, há uma diretriz para que sejam criadas condições de aprendizagem, e dentre elas, salienta-se para “Comunicar utilizando linguagem matemática, oralmente e por escrito, para descrever, explicar e justificar, raciocínios, procedimentos e conclusões” (REPÚBLICA PORTUGUESA, 2019, p. 2).

Tal diretriz abrange a necessidade de se ter a familiaridade com a passagem da linguagem coloquial e abstraí-la em linguagem matemática para então resolvê-la, como também foi solicitado na questão de número 4.

É natural que, com a passar das séries, os elementos mais diretos ao SND deixem de ser trabalhados e, em contrapartida, outros temas são apresentados, apoiando-se em seus pressupostos teóricos do SND. Toda a lógica que perpassa o SND, se bem trabalhada e compreendida nas séries iniciais, servirá de respaldo para o entendimento dos temas próprios das séries futuras. Corroborando este pensamento, estão as orientações trazidas pelo NCTM (2000), em relação ao nono ano, quando afirma:

Durante estes anos de escolaridade, a compreensão que os alunos têm de número constitui o alicerce para a compreensão da álgebra, enquanto que a destreza com as operações numéricas constitui a base para a aprendizagem da utilização e manipulação hábil dos símbolos. (NCTM, 2000, p. 347, grifo nosso).

Dessa forma, as diagnósticas trouxeram à tona elementos que apontam para os conteúdos que necessitam estarem dominados para o efetivo aprendizado dos conceitos próprios da série, bem como os seguintes.

### 6.2.3 Indicadores: percepções emergindo das observações e entrevistas

As observações em sala de aula permitiram que se levantassem indicadores, que por sua vez indicarão sinais, elencados no Quadro 24:

Quadro 24 - Indicadores das práticas pedagógicas de Stella

Indicador	Descrição dos indicadores levantados nos momentos de observação (diário e grelha de observação)
SI <sub>01</sub>	<u>Retoma a aula anterior.</u> Fala sobre equação da reta. Verificou que os alunos estavam com dúvidas. <u>Enfatiza os pontos de intersecção da reta com os eixos.</u>
SI <sub>02</sub>	Passa um exercício e aguarda a resolução. Há silêncio total na turma. Ela retoma a simplificação de fração. <u>Ela associa a inclinação de uma reta – o declive – com rampa, plano inclinado, com Físico-Química.</u>
SI <sub>03</sub>	<u>Aconselha</u> os alunos a trabalharem com fração, mas não na forma decimal, pois nem sempre possuem calculadora. <u>Pergunta muitas vezes:</u> “entenderam ou não”?
SI <sub>04</sub>	Na hora de trabalhar com o livro, fala que no exame vão sair questões sobre tópicos de funções (parábola, simetria, concavidade). <u>Adverte:</u> $\frac{1}{2} \cdot x^2 = \frac{x^2}{2}$ .
SI <sub>05</sub>	Manda sublinhar que “a intersecção de $f(x)$ com $g(x)$ é igualar as duas, onde se interceptam! C comenta: “isso já foi visto na semana passada, mas “dilui-se” na água.
SI <sub>06</sub>	<u>Escreve na lousa o sumário do dia.</u> Explica que, embora faça parte de um dos objetivos, ela não vai dar o “completar quadrados”, pois não faz parte das aprendizagens essenciais. Justifica o porquê de não ensinar este tema. Silêncio absoluto

SI <sub>07</sub>	<u>Fala da forma “canônica” da equação do 2.º grau e da fórmula resolvente<sup>41</sup>. Ela explica e eles copiam quietos. A cada tentativa de conversa, ela intervém. Diz: “façam a lápis”!</u>
SI <sub>08</sub>	<u>Adverte que os estudantes o façam (o exercício) com calma para não fazerem “asneiras”. Lembra que Matemática tem que ser praticada diariamente, um pouco a cada dia. Vai de carteira em carteira perguntando quem fez a ficha.</u>
SI <sub>09</sub>	<u>Uma aluna vai ao quadro resolver um exercício e o seu celular aparece no bolso. Stella manda que ela guarde na mochila. Acompanha cada passo da resolução e adverte: o sinal de = deve ficar no meio da fração. Explica a simplificação de um radical, em fatores primos para tirar do radical, na fórmula resolvente. Enfatiza a simplificação.</u>
SI <sub>10</sub>	<u>A aluna brasileira alega não se usa: conjunção <math>\vee</math> ou disjunção <math>\wedge</math>. A professora argumenta que utiliza estes conectivos pois no 10.º ano, a 1.ª matéria será lógica, e já deve prepará-los.</u>
SI <sub>11</sub>	<u>Demonstra ficar irritada, pois da sala toda, apenas três alunos fizeram a ficha com os exercícios, e afirma: A hora que os pais vierem reclamar, ela vai lhes dizer que seus filhos não estudam. O teste será feito em duas etapas: uma com a máquina e uma sem a máquina.</u>
SI <sub>12</sub>	<u>Entrega umas tirinhas de papel sulfite para os alunos se autoavaliarem e depois confronta a avaliação deles com a dela. Conversa em voz alta com cada um, deixando alguns visivelmente constrangidos.</u>
SI <sub>13</sub>	<u>Pega uma folha para mostrar um cilindro planificado. Sugere que os estudantes utilizem a calculadora, pois se faz necessário naquela atividade, sobre a planificação do cilindro.</u>

Fonte: Elaboração própria.

É possível observar o quanto a professora pergunta, ensina, cobra, reforça e chama a atenção para o preparo a se ter com os testes. Estas ações foram reveladas nos indicadores, transparecendo sua preocupação com o que virá pela frente, pela maturidade matemática e cognitiva necessárias a se adquirir. Ela insiste na importância do estudar e da atenção ao que está sendo explanado. O seu tom de voz não é alto, mas suficiente para que se ouça; sua dicção é clara, permitindo a todos entendam o que está sendo explicado.

Apresenta-se no quadro a seguir, indicadores obtidos a partir da entrevista com professora. Tais instrumentos (vide Apêndice E) objetivaram levantar aspectos relativos à sua concepção sobre a prática docente e sobre conceitos do SND.

<sup>41</sup> Neste momento, quando ela usa este termo (fórmula resolvente), a pesquisadora comenta com ela que no Brasil denomina-se Fórmula de Bhaskara. Uma aluna brasileira lhe perguntou: “essa é a fórmula de Bhaskara”? Ela, a princípio diz que não e a menina olha para a pesquisadora, como se pedisse ajuda. Noutro momento, em conversa a pesquisadora afirma que no Brasil chama-se assim. Ela então pede que a pesquisadora diga para a turma toda como se chama aqui no Brasil, e por isso que a aluna havia perguntado.

Quadro 25 - Indicadores obtidos a partir da entrevista com a professora Stella

SI <sub>14</sub>	<u>Sua prática: revisão detalhada dos conteúdos essenciais à aquisição dos novos conteúdos</u> , bem como à constante revisão dos novos conteúdos. Recorro, ainda, à resolução no quadro de todos os exercícios propostos e insisto na <u>explicitação de raciocínios como prática. Proponho problemas com cruzamento de vários domínios programáticos</u> . Eu poderia trabalhar outras tecnologias, mas tenho receio que isso se perca, uma vez que não seria uma estratégia comum entre os professores. <u>Se eu corro o risco de perder “tempo”, com o que tenho que trabalhar com eles, eu não faço</u> . Formação: licenciatura em Matemática, sendo professora do 3º ciclo/secundário há 32 anos
SI <sub>15</sub>	<u>Como avalia a aprendizagem dos estudantes</u> . A avaliação sumativa e a avaliação formativa complementam-se quando a avaliação sumativa sintetiza o que o aluno já aprendeu e dá o mote para que a avaliação formativa estimule os alunos a olhar para os seus próprios erros, a analisar a razão pela qual os cometeram e a pensar como podem corrigi-los. A apatia faz com que não se envolvam.
SI <sub>16</sub>	<u>Procedimentos adotados em caso de não aprendizagens</u> : Promovo (a professora) o incentivo à <u>persistência para os alunos ultrapassarem as suas dificuldades</u> . Um estudo metódico e regular é o primeiro passo para a superação das dificuldades, Tento <u>também orientar o estudo dos alunos</u> , nomeadamente na preparação para os momentos formais de avaliação, com indicação prévia dos objetivos, bem como propostas de exercícios de treino.
Autocópia:	
SI <sub>A01</sub>	Eu vejo uma professora que retoma os conteúdos. Que se preocupa com a aprendizagem. A imagem mostra isso: diálogo.
SI <sub>A02</sub>	Procuro promover a comunicação, que é fundamental. Eu lanço perguntas.
SI <sub>A03</sub>	<u>Eu não consigo agradar a todos</u> . A minha movimentação pela sala é para que eu possa ver acompanhar o que eles anotam e desenvolvem durante as aulas.
SI <sub>A04</sub>	Sempre os chamo, lanço perguntas, com a intenção de promover a comunicação matemática.
SI <sub>A05</sub>	Dá para ver nas filmagens como eles se mostram apáticos. Quietos, calados. <u>Quando eu lanço perguntas, sempre os mesmos que respondem, quando respondem.</u>
SI <sub>A06</sub>	Os exercícios eu faço todo, explico passo a passo, vejo que falo e olho para a turma.
SI <sub>A07</sub>	Eu circulo pela sala para tê-los mais de perto, acompanhar o que de fato estão a compreender.
SI <sub>A08</sub>	Minha voz é de “cana rachada” (em Portugal quer dizer voz muito aguda).

Fonte: Elaboração própria.

Stella admite que a turma seja apática, que quase não se envolve no que é proposto em sala de aula. Eles demonstraram apatia. De acordo com o depoimento:

*“Eu sendo professora de Matemática até poderia trabalhar alguns aspectos dessa apatia, desde o 7.º ano, mas não tenho tido resultados. Até nas aulas de Educação Física,*

*essa turma não se envolve. (...). Promovo a autoavaliação, para que se sintam participativos no processo. Há problemas de comunicação, uma vez que é fundamental a comunicação. Até sei que poderia utilizar outras metodologias, mas incorreria no risco de não conseguir ministrar os conteúdos que tenho que dar [...]. Não possuem o hábito de estudo. As atividades propostas não são, em sua maioria, feitas em casa., vê-se um descontentamento seu em relação ao andamento da turma. Stella traz uma pasta contendo as notas dos estudantes desta turma, apenas cinco possuem notas acima da média, argumentando que a grande maioria traz dificuldades em matemática de séries anteriores. Há uma prova padrão que o governo elabora e aplica a todos os alunos e há quem tenha tirado nota zero. Ela se mostra preocupada com o resultado apresentado por estes. A fala da professora demonstra também uma preocupação com o lado comportamental, que vai desde a apatia dentro de sala de aula até a falta de comprometimento com as tarefas propostas.*

#### 6.2.4 Os sinais revelados

Os indicadores SI<sub>06</sub>, SI<sub>10</sub>, SI<sub>11</sub>, SI<sub>15</sub> encaminham para uma professora comprometida com a transmissão dos conteúdos de forma a abranger os temas que os testes internos e externos solicitam. Muitas vezes ela enfatiza que os alunos devem estar preparados, que devem pensar adiante, evidenciando um sinal SS (1) de uma prática pedagógica rigorosa com as regras, disciplina e hábitos de estudo. Seu discurso, inclusive o *feedback* dado a cada aluno durante o momento da autoavaliação, revela essa preocupação e necessidade de hábitos de estudo.

Além de se preocupar com a rotina de estudos (que nesse caso falta aos estudantes), a professora Stella revela interessar-se pelo andamento das atividades, como aparece nos indicadores SI<sub>01</sub>, SI<sub>2</sub>, SI<sub>3</sub>, SI<sub>4</sub>, S<sub>5</sub>, SI<sub>9</sub> sinalizando ser uma professora que alerta para as conexões existentes entre os temas e sempre alerta. É perceptível a prática pedagógica de uma professora SS (2) atenta para a (não) aprendizagem, vindo a enfatizar sistematicamente o que está faltando para a turma: estudo. O sinal SS (2) revela que está constantemente atenta ao que os estudantes necessitam dominar para seguir adiante, demonstrando linearidade na abordagem dos temas.

Em virtude dessa preocupação demonstrada constantemente pela professora, levantam-se dos indicadores SI<sub>5</sub>, SI<sub>11</sub>, SI<sub>12</sub>, SI<sub>14</sub>, elementos que nos revelam o sinal de uma prática pedagógica com pouco exercício da ludicidade no seu agir SS (3). Há que se considerar o lado motivacional de extrema importância, assim como também a ludicidade,

podendo vir a enriquecer as práticas escolares, de forma mais colaborativa e engajada. Como nos afirma Piaget (1988), a forma como o professor ensina está diretamente ligada ao sucesso (ou fracasso) do ensino da matemática, assim como Dienes (1970, p. 19) alerta para a motivação, que é intrínseca às fases da infância. Porém isso pode diminuir ou até mesmo acabar, com passar da idade e com a abstração dos temas, afirma: “embora as crianças de menos idade possam encontrar alguma satisfação no próprio mecanismo dos processos que lhes são ensinados, seu interesse logo se esvai o encanto do assunto declina à proporção que a criança cresce”. Dessa forma, o fator motivacional (além dos conselhos dados regularmente) pode ser exercitado, de forma mais alegre, mais cativante.

Em relação aos conteúdos matemáticos, os indicadores SI<sub>05</sub>, SI<sub>07</sub>, SI<sub>08</sub>, SI<sub>10</sub>, SI<sub>13</sub>, SI<sub>16</sub> apontam para uma prática pedagógica rigorosa com o ensino dos conceitos e pré-requisitos SS(4), uma vez que repetidas vezes a denominação formal dos entes matemáticos é explanada por ela. Ao afirmar “*Faço revisão detalhada dos conteúdos essenciais à aquisição dos novos, bem como à constante revisão dos novos conteúdos. Recorro, ainda, à resolução no quadro de todos os exercícios propostos e insisto na explicitação de raciocínios como prática*”. As falas de Stella representam seu posicionamento, como também a sua prática em sala de aula. A sua postura (muitas vezes séria) corrobora seu discurso, priorizando o ensino dos conteúdos (de forma expositiva), embora se preocupe com o diálogo e a comunicação.

Os indicadores SI<sub>06</sub>, SI<sub>07</sub>, SI<sub>11</sub>, SI<sub>12</sub>, apontam para uma professora que tem a clareza do que vem a ser “avaliar”, e se mostra descontente com o rendimento dos estudantes, vindo a inibi-los, deixando-os calados por completo. Ao circular pela sala de aula, o olhar se volta para os cadernos, para os cálculos, para o que este ou aquele estudante está fazendo. (*Ela comenta: “isso já foi visto na semana passada, mas “dilui-se” na água”,*( SI<sub>05</sub>) emergindo um sinal SS (5) de uma prática pedagógica que inibe o diálogo.

Dos sinais obtidos desta professora, segue-se o levantamento dos indícios, que são apresentados a seguir.

### 6.2.5 Interpretação dos indícios

A partir da associação dos sinais apontados, os indícios convergem para duas distintas categorias, mas não excludentes, em torno de práticas pedagógicas:

I- **Indícios** da prática pedagógica rígida<sup>42</sup>, apresentando pouca flexibilidade, centrada na figura da professora e pouco dialógica.

- SS (3): prática pedagógica com pouco exercício da ludicidade.
- SS (5): prática pedagógica que inibe o diálogo.

II- **Indícios** de uma prática pedagógica com o uso dos conceitos matemáticos de forma aprofundada, revelando pleno domínio dos temas e do currículo, valorizando o conteúdo.

- SS (1): de uma prática pedagógica rigorosa com as regras, disciplina e hábitos de estudo.
- SS (2): prática pedagógica atenta aos os pré-requisitos, apresentando linearidade na abordagem dos temas.
- SS (4): prática pedagógica rigorosa com o ensino dos conceitos e pré-requisitos.

A seguir discutem-se os indícios obtidos, trazendo-se oportunamente os sinais que contribuíram para tais conclusões.

#### 6.2.5.1 *Indícios de uma prática pedagógica rígida e pouco dialógica*

O rigor observado e demonstrado por Stella se evidencia no tratamento dos conceitos matemáticos, na postura para ensinar, e no tratamento com os estudantes. Ressalta-se que o rigor é necessário e até desejável em função dos conceitos e regras matemáticas. Julga-se oportuno salientar que ser rigoroso não significa ser inflexível. O que se aborda refere-se à rigidez na sua prática, podendo com isso, inibir demonstrações espontâneas dos estudantes, inclusive para formularem perguntas e/ou se manifestarem.

Sacristán e Gómez, (2007, p. 369) alertam para uma prática pedagógica que privilegia a técnica e o que foi planejado, sem considerar as “peculiaridades conflitantes da vida da aula”. Stella reflete, na autoscopia, admitindo: *Eu não consigo agradar a todos. A minha movimentação pela sala é para que eu possa ver acompanhar o que eles anotam e desenvolvem durante as aulas.* Sua visão está voltada para as questões de conhecimento científico, matemático (se estão anotando) e não para o aspecto atitudinal, comportamental do

---

<sup>42</sup> Salienta-se para a diferença em ser rígida (pouco educativa, pouco pedagógica) e ser rigorosa (pedagógica, educativa) a respeito com as propriedades e regras matemáticas.

estudante. Os autores são contundentes ao se referirem ao professor, cuja prática docente segue os padrões e a lógica da racionalidade técnica<sup>43</sup>, ao afirmarem que

O docente conseguirá manter a ordem e desenvolver pontualmente programa de conteúdos, mas lhe escapa o conhecimento dos importantes intercâmbios entre alunos/as e, conseqüentemente ignora o que eles realmente estão aprendendo, tanto sobre seus esquemas de pensamento quanto no que se refere às suas atitudes, formas de sentir e padrões de comportamento. (SACRISTÁN; GOMÉZ, 2007, p. 369).

Dessa maneira, Stella, alegando não querer correr o risco de “perder tempo”, demonstra SI<sub>14</sub> não valorizar diferentes estratégias, nem trabalha de forma criativa. Tal constatação se complementa com o SI<sub>11</sub>, quando ela, com a intenção de fazê-los estudar mais, se mostra irritada (ela poderia ter se mostrado decepcionada, ao invés de irritada) e argumenta que vai dizer aos os pais que os filhos não estudam. Considera-se tal postura na direção contrária a uma prática dialógica, na qual o olhar se volta às reações dos estudantes, numa perspectiva humanista.

Ao se referir às práticas pedagógicas e ao trabalho docente, trazem-se elementos da transposição didática (CHEVALLARD, 1991). Conforme já abordado, algumas transformações adaptativas, que não se constituem numa simplificação do conhecimento, mas poderão ser consideradas numa perspectiva de compreender a produção de novos saberes nesses processos. Entende-se que tal processo de transformação do conhecimento deve ser cuidadoso, contemplando as necessidades da turma, e essa ação pode ser melhorada na prática docente dessa professora. Dessa maneira, tal transformação considera selecionar e inter-relacionar o conhecimento acadêmico adaptando-o à realidade cognitiva dos estudantes, trazendo mais exemplos diferentes do livro de texto, como também fazendo ajustes de acordo com a realidade da turma.

O rigor que permeia as práticas docentes de Stella pode estar também caracterizado na transposição didática, cuja transposição interna, que se considera aquela que transpõe do currículo formal (e dos livros didáticos) para o decorrer do currículo em ação, em sala de aula. Dessa forma, nessa transposição, que é recheada pela epistemologia própria da professora, pode se caracterizar numa das causas para a turma não acompanhar de forma plena o tratamento dos conteúdos, culminando com o rendimento aquém do esperado.

---

<sup>43</sup> Schön (1983) denomina a racionalidade técnica como epistemologia da prática, herdada do positivismo, que prevaleceu ao longo de nosso século [...]. De acordo com o modelo de racionalidade técnica, a atividade profissional é instrumental, dirigida à solução de problemas mediante a aplicação rigorosa de teorias e técnicas científicas. (SACRISTÁN; GOMÉZ, 2007, p.356).

A concepção da professora calcada no rigor pode inibir que se incluam práticas com atividades pedagógicas mais lúdicas, que poderiam contribuir para a aprendizagem e promovendo a interação, além de despertar do espírito autônomo. Uma vez que a professora Stella se queixa (e percebe-se de forma latente) da apatia que paira na sala de aula, ela mesma, no entanto, desperdiça oportunidades ao não propor atividades diferenciadas.

Em relação aos saberes docentes, Tardif e Lessard (2005) se referem ao trabalho sobre e com seres humanos, advertem para o cuidado com a relação entre pessoas, com todas as sutilezas destas relações. Ademais, para estes, a relação professor-aluno não é unilateral, e possui num dos polos um adulto e noutra crianças ou jovens, interagindo, “o que provoca necessariamente problemas de desequilíbrio, sobretudo no plano das respectivas responsabilidades dos parceiros dessa interação educativa, como também no nível de suas capacidades cognitivas” (TARDIF; LESSARD, 2005, p. 70). Nesse contexto, Brousseau (1996) corrobora com o pensamento dos autores Tardif e Lessard(2005) quando define o contrato didático, que delimita e condiciona os papéis dos sujeitos de uma relação didática, na qual implicitamente cada participante, professor e aluno, têm a reponsabilidade de gerir, tendo como conteúdo matemático, mais especificamente, o conhecimento matemático visado.

A situação de sala de aula que Stella vivencia transparece um contexto pedagógico no qual os papéis exercidos pelos envolvidos possam estar em demasiado desequilíbrio, estando a professora (ainda que tente) sem conseguir desenvolver uma postura de ouvinte, com a empatia necessária ao bom andamento de uma relação.

De acordo com a autoscopia, ela afirma: *Eu vejo uma professora que retoma os conteúdos. Que se preocupa com a aprendizagem.* Sua fala corrobora o sinal SS(4) ( uma prática pedagógica rigorosa com o ensino dos conceitos e pré-requisitos).

A respeito de explorar o diálogo e a comunicação matemática, Ponte e Canavarro (1987, p. 111) afirmam: “a expressão oral por parte dos alunos não tem sido muito valorizada nas aulas de Matemática. [...] mas um caderno de Matemática cheio de definições e propriedades, [...] não garante a fluência desejável na capacidade de expressão e raciocínio matemático”. Com essa perspectiva, há muito mais o que ser constatado além de acompanhar os apontamentos do caderno, as anotações e produções em sala de aula. A contribuição destes autores nos remete a pensar que a constante preocupação e o acompanhamento da escrita nos cadernos e hábitos de estudo não sejam suficientes para mapear a aprendizagem de forma eficaz. de uma prática pedagógica que inibe o diálogo constante.

Das observações e dos indicadores obtidos, vê-se a professora Stella agindo de forma a se identificar com uma abordagem tradicional no exercício da docência. Ao referir-se à

metodologia no espectro de uma prática educativa sob essa abordagem, esclarece Mizukami (1986, p. 15) que “a utilização frequente do método expositivo, pelo professor, faz com que muitos concebam o magistério como uma arte centrada no professor”. Dessa forma, vê-se a relação professor-aluno sem ser dialógica, ou seja: o professor é o agente, o aluno é o ouvinte.

Julga-se oportuno trazer a contribuição de Kamii (1994, p. 64), que é pertinente também para essa faixa etária, pois se tratam de contextos similares, ao referir-se à socialização do conhecimento na coletividade. Para a autora “no domínio lógico-matemático, a confrontação de pontos de vista serve para aumentar a capacidade de raciocinar das crianças a um nível sempre mais elevado. A interação com os colegas deve ser, pois, maximizada”.

Dessa maneira, o SI<sub>15</sub> levantado revela uma questão: a apatia dos estudantes revelada pela professora (e constatada pela pesquisadora) poderia ser diminuída ou até mesmo dirimida com outras abordagens, outras práticas pedagógicas? Uma vez que Stella se mostra, algumas vezes pouco polida ao lidar com a turma, fazendo uso de ironia, contribui para esse cenário de inibição e apatia, com os alunos se comportando de forma reativa.

#### 6.2.5.2 *Indícios de uma prática pedagógica com o uso dos conceitos matemáticos de forma aprofundada, valorizando o conteúdo*

Para este nível de escolaridade, como já citado anteriormente, os temas diretamente ligados ao SND se diluem noutras áreas específicas da Matemática, tendo-se a visão de que são os conceitos do SND que contribuirão para alicerçar a aquisição de novos. As orientações do NCTM (2000, p. 36) tratam dessa singularidade: “Muito embora do 9.º ao 12.º ano, muitas outras áreas sejam mais aprofundadas que o próprio número, os alunos deste ano de escolaridade deverão visualizar os sistemas numéricos sob uma perspectiva bastante mais abrangente”. Assim sendo, ressalta-se que, mesmo de forma indireta, o professor poderá, oportunamente, fazer uso dos conceitos aditivos e multiplicativos dos números naturais para utilizá-los nas propriedades da Álgebra, como também da Geometria, sempre fazendo inferências e reforçando o princípio de tudo isso advém dos princípios do SND.

No SI<sub>A04</sub>: Sempre os chamo, lanço perguntas, com a intenção de promover a comunicação matemática, se percebe o olhar atento de Stella, buscando *feedbacks* (nem sempre conseguindo) em relação ao aprender.

É necessário que o professor possua o domínio dos conceitos matemáticos, conheça o Projeto Político Pedagógico da Escola onde se insere a sua atividade profissional, bem como funciona a estrutura curricular. São condições necessárias, mas não suficientes. Embora se

considere condição *sine qua non* que o professor saiba efetivamente a matemática explícita e implícita do conteúdo que vai trabalhar, há que se argumentar essa característica, uma vez que foi amplamente observado nas práticas de Stella.

Esta forma de avaliar a turma em relação às aprendizagens se manifesta no  $SI_{A02}$ , procuro promover a comunicação, que é fundamental. Eu lanço perguntas.

Considerando tê-la visto enunciar teoremas, corolários, axiomas, a explanação do conteúdo se deu de forma completa, com a devida explicação do porquê disso ou daquilo, com a resolução comentada, feita na lousa pela professora. Eventualmente algum estudante era chamado a fazer no quadro. Porém, há que se ressaltar a organização do seu trabalho de forma linear, com poucas variações, não admitindo um caráter mais dinâmico (MACHADO, 1993). Tal linearidade foi levantada pelo autor como algo já enraizado no cerne da atividade escolar, o que deve ser suplantado, emergindo um cenário de conhecimento em rede, mais dinâmico e atual: “a organização linear é amplamente predominante na organização do trabalho escolar [...] com uma seriação excessivamente rígida, que responde em grande parte pelos números inaceitáveis associados à repetência e à evasão escolares” (MACHADO, 1993, p. 29). Compreende-se que a forma, importa tanto ou quanto o conteúdo, ou seja, o aproveitamento em termos de aprendizagens poderá ser potencializado através da didática, da transposição didática, da postura do professor, nos diferentes papéis que lhe cabem numa relação didática (BROUSSEAU, 1996; CHEVALLARD, 1991).

De outra maneira, a relação didática desenvolvida por Brousseau (1986) envolve três vértices de um triângulo: professor, aluno e saber, onde há uma intencionalidade de ensino, ou seja, um objetivo de ensinar e um saber a ser aprendido. No contexto da sala de aula com a professora observada, esta relação didática se mostrou um tanto quanto em desequilíbrio. O objeto de ensino estava de acordo com a série, porém, não foi possível constatar que os estudantes encarassem a tarefa como sendo sua, iniciando assim o contrato didático Brousseau (1986). Não ficou visível que os estudantes aceitassem a situação proposta, mas resolviam de forma mecânica, sem encará-lo (o desafio, a atividade) como sendo sua. Esse fenômeno educativo, chamado devolução (BROUSSEAU, 1986; D'AMORE, 2007) não foi observado nas aulas. Dessa maneira, entende-se que todo o conhecimento apresentado por Stella poderia ser potencializado com estratégias didáticas mais voltadas para a comunicação matemática, com propostas motivadoras, estabelecendo mais relações com outras áreas do conhecimento, visando salvaguardar a aprendizagem com excelência.

### 6.3 Entrelaçando as percepções

As metodologias utilizadas permitiram levantar aspectos de duas professoras que ensinam Matemática, de um mesmo agrupamento de escolas, com distintas séries do Ensino Fundamental. Os cenários observados foram distintos, a considerar a faixa etária e os níveis de escolaridade, e a diferença de prática docente.

Não se faz aqui uma comparação, mas sim uma análise, que se calca no que foi vivenciado com ambas, sempre de forma única. A considerar a receptividade, ambas acolheram a pesquisadora com muito carinho, sem se sentirem incomodadas com a presença desta em suas aulas, ou nos momentos de conversas, entrevista e autoscopia.

As diferenças encontradas referem-se às concepções sobre o que trabalhar em sala de aula, e, sobretudo, o “como” trabalhar os conteúdos matemáticos. Há que se considerar a formação e a trajetória de cada uma, porém a vivência em sala de aula traz aspectos particulares, que cada professor possui, e não somente as duas professoras em questão. Porém, falar em didática abrange a todos os que lecionam, e sabe-se ser de extrema importância, como adverte Santaló (1996, p. 15): “No que diz respeito à didática, seja no nível que for o ensino da matemática deve estimular a criatividade, mostrando que a Matemática é como um edifício em construção, sempre necessitando de modificações e adaptações”. Não se trata de conteúdos, mas da didática para abordar este ou aquele conteúdo. Diante disso, as professoras analisadas revelam preocupação (cada uma do seu jeito) com o aprender.

Em comum pode-se observar a postura de professoras responsáveis, cientes do seu papel enquanto educadoras. Ambas se sentem satisfeitas com a profissão, e a exercem de forma comprometida, dentro de suas (diferentes) visões acerca da docência.

A contar pela formação que cada uma possui, sendo Ivete oriunda da formação com base nos preceitos da arte, formada em Licenciatura em Ensino de Educação, e Stella é formada em Licenciatura no Ensino da Matemática. Ambas com mais de 20 anos de experiência de sala de aula, foram perceptíveis diferenças nas posturas, advindas das distintas bases de suas formações.

Em termos matemáticos, ambas demonstraram possuir o domínio dos temas propostos em suas aulas, fazendo referências às aulas anteriores e dando a devida continuidade no assunto.

Em relação ao sentido atribuído aos números, o que se constatou foi um retomar de forma oportuna às operações e aos princípios aditivos e multiplicativos do SND pela

professora do 4.º ano. A utilização de diferentes estratégias de resolução foi mais observada no 4.º ano, do que no 9.º ano. Nesse sentido, a considerar a prática docente que considera diversificar, Cebola (2002, p. 229) contribui: “reconhecer que existem diferentes estratégias de resolução para um dado problema e perceber que, se uma estratégia inicial parece improdutiva, o formular e aplicar uma nova estratégia deve ser um caminho a seguir”.

Os contextos, 4.º ano e 9.º ano, por si só já são diferentes, com os conteúdos matemáticos e públicos diferentes, com motivações distintas. Ainda assim, o universo escolar contempla a formação do educando de forma plena, não só de conteúdos, mas como formação do ser humano. Dessa forma as especificidades de cada professora não impediram a busca constante por essa formação. Uma mais focada nos valores, nos aspectos humanos e lúdicos e a outra mais focada na formação acadêmica, ainda assim inculcando valores de responsabilidade e seriedade com os estudos.

Em relação aos aspectos do SND, a professora Stella não respondeu quatro perguntas que se relacionaram ao SND, alegando não ser parte dos conteúdos das séries. Tal ação demonstra a sua visão de que não há mais o que ser dito sobre SND no nono ano, em termos básicos. Tal característica denota um “desatrelar” dos aspectos do SND, de forma definitiva. Dessa forma, o estudante incorpora uma desarticulação entre os que embasam os números, a álgebra e a geometria das séries finais do Ensino Fundamental.

As avaliações diagnósticas não apresentaram significativas discrepâncias, uma vez que a quantidade de erros (em termos percentuais) não foi muito diferente. Em números, no 9.º ano, diferentemente do 4.º ano, os estudantes deixaram questões <sup>44</sup> em branco, não se deram ao trabalho de responder, que remete ao questionamento: ou não sabiam de fato resolver, ou não se envolveram a ponto de esboçar algum raciocínio em torno do que era solicitado na questão.

As diferenças observadas em relação ao ensino da Matemática nos remetem ao pensamento embasado por Brousseau (1988), que distingue conhecimento de saber, evidenciando o aspecto da utilidade e remete a questão para a análise das ‘situações didáticas envolvidas em cada caso. Segundo Pais (1999, p. 15), “o saber aparece associado ao problema da validação do conhecimento, que no caso da matemática é a questão do raciocínio lógico dedutivo”, encontrado mais nos conteúdos abordados no 9.º ano, ao passo que “o conhecimento aparece mais vinculado ao aspecto experimental, envolvendo algum tipo de ação com a qual o sujeito tenha um contato mais pessoal” (PAIS, 1999, p. 15), sendo estas

---

<sup>44</sup> O total de questões em branco foram 14, tendo mais eventos nas questões envolvendo a montagem e resolução de equação incompleta do segundo grau.

situações mais encontradas no 4.º ano. Dessa forma se lança a questão: independente da série, a especificidade dos conteúdos (nesse caso, de Matemática) exige que o professor tenha clareza sobre conhecimento e saber, trazendo novamente a questão do campo epistemológico da transposição didática, recrutando de forma interna no indivíduo a cognição para a compreensão dos conceitos. Ou, como elucida Pais (1999, p. 16), “quando o sujeito passa a ter um relativo domínio sobre um determinado saber, torna-se possível desencadear uma práxis transformadora, e também geradora, de novos saberes”.

A rede de influências a qual o professor está inserido determina a maioria das questões levantadas, como também influenciam na estruturação dos valores, objetivos e métodos que permeiam e conduzem o processo de ensino é único e intransferível.

O que se vivenciou em Portugal foram práticas de duas professoras que carregam bagagens distintas que interferem significativamente na condução de suas aulas, atribuindo às suas didáticas motivações internas, que interferem no clima de sala de aula e na postura dos estudantes.

#### **6.4 Análise conjunta**

As análises dos dados, apontados nas respostas dos estudantes, consideraram alguns aspectos: a diferença cultural, geográfica e geopolítica; a cultura escolar de cada país.

Em relação às avaliações diagnósticas, de uma forma geral, os resultados de Brasil e Portugal não foram discrepantes. Na questão de número um, por exemplo, as duas turmas (Brasil e Portugal) apresentaram o domínio do tema arguido, mas em relação à dezena (se o número de faltas cometidas, no caso nove) ultrapassavam uma dezena, em Portugal não houve erros e no Brasil, de 28, houve 21 acertos (75%). Sendo, dentro destas, um estudante respondeu serem nove faltas, mas não teve a tomada de decisão de era maior ou menos que uma dezena. Com base nos dados coletados, os estudantes convivem com situações de leitura e interpretação de dados, sem que o significado matemático e interpretativo se perca. Dessa forma, é importante que sejam oferecidas situações problema nas quais haja sentido, sem que seja perdido o significado, pois como afirma a autora, “perde o significado porque o que interessa à professora não é o esforço de resolução do problema por um estudante, mas a aplicação da fórmula, de um algoritmo, de uma operação” (CARRAHER; SCHLIEMANN; CARRAHER, 1995, p. 22).

A pesquisa realizada dentro de sala de aula permite que se discorde da afirmação dos autores, por ser colocado de forma generalizada, ao referir-se ao uso de algoritmos e fórmula.

Atreve-se a discordar, (*elas estavam generalizando ou falavam de um contexto particular, como você está falando?*), pois as professoras dessas séries, 5º ano no Brasil e 4º ano em Portugal demonstraram que sua práxis contempla a reflexão acerca dos avanços e dos métodos utilizados para a resolução de problemas. Nas observações em sala de aula, nos mais variados momentos, foram vistos questionamentos sobre o tema, o vai e vem de perguntas, consideradas indicativas para a aprendizagem, ficando a resposta final com menos importância do que as conjecturas durante.

Na questão de número dois, Portugal teve melhor índice de acertos (55,5%) do que no Brasil (28,57%). A questão trata de frações, (assinale com V para as alternativas verdadeiras e F para as falsas) cujo enunciado da letra (d) é: *Quanto maior for o algarismo do denominador, maior é a fração*. Trata-se de uma generalização do que representa uma fração. Pelas respostas obtidas, há um domínio maior em relação à parte/todo por parte dos estudantes de Portugal, em relação aos pesquisados no Brasil. Há nos parâmetros norteadores de orientação para que sejam trabalhados números fracionários. Os PCNS (BRASIL, 1997) para o ensino da Matemática no segundo ciclo dos anos iniciais, consideram o ensino das frações como fundamental para a aprendizagem dos números racionais. Para a construção do conceito de número racional, enfatizam a sua utilização em diferentes situações do cotidiano. Há, ainda, recomendações para se trabalhar o número racional, tanto na forma decimal quanto fracionária, inclusive na reta numerada. “Reconhecimento de que um número racional tem diferentes (infinitas) representações na forma fracionária; representações gráficas e de regularidades nas escritas numéricas” (BRASIL, 1997, p. 58-60).

Em conversa com a professora, ela afirma que as frações serão revistas e (por consequência) melhor exploradas no segundo semestre. “Faço revisão de todo conteúdo, pois acredito que mesmo que estejam preparados, a revisão é para lembrá-los e sem contar que a revisão contempla os estudantes que tem dificuldade” (LEONTINA). Em Portugal, as metas curriculares deixam claros os procedimentos em relação ao ensino das frações para o primeiro ciclo quando afirmam; “As frações são introduzidas geometricamente a partir da decomposição de um segmento de reta em segmentos de igual comprimento e desde logo utilizadas para exprimir medidas de diferentes grandezas, fixadas unidades” (REPÚBLICA PORTUGUESA, 2013, p. 6).

Para a questão de número 5, ambos os países demonstraram que esse tema não é contemplado na série, no momento em que instrumento foi aplicado, pois em ambos, nenhum estudante acertou os dois primeiros itens, 22 (78,57%) estudantes no Brasil deram a resposta em porcentagem, sendo que em Portugal, 14 estudantes (77,7%), fizeram do mesmo jeito.

Houve pela maioria a interpretação de forma correta, de acordo com os dados apresentados na tabela. Não houve pela grande maioria a capacidade de obter a porcentagem (ou percentagem) do total de estudantes. As duas professoras alegaram não terem trabalhado com esse tema ainda, que está planejado para os próximos bimestres.

É oportuno destacar a sexta questão, que propunha a colocação (tomada de decisão) de quatro ripas junto com as que já estavam lá, para evitar que as galinhas fugissem. A questão numérica já foi analisada. O que se pretende argumentar é a presença de uma situação subjacente ao contrato didático (BROUSSEAU, 1996), que são as expectativas que se interpõem entre professor, estudante e saber. Algumas são explícitas, que estão na feição de aprovação (do professor) ou não, de acordo com uma resposta dada, mas que a maioria, para Brousseau (2008), as regras do contrato didático (que não podem ser completamente explicitadas, para que seja possível a aprendizagem) que aparecem em situações de aprendizagem, com o intuito que o aprendiz elabore seus conhecimentos. Tais expectativas podem ser observadas de ambas as partes, na forma de resposta assertiva, de participação, de perguntas, etc. Esses hábitos específicos do professor, esperados pelo estudante, e os comportamentos destes, esperados pelo professor, que regulam o funcionamento da aula, constituem o “contrato didático” (BROUSSEAU, 2008, p. 9). As regras desse contrato não podem ser todas previamente combinadas, pois não existiria o ineditismo de reações, questionamentos, que permeiam momentos de aprendizagem, e que toda situação didática deveria conter (BROUSSEAU, 2008).

Como todo contrato, a ruptura do contrato didático pode ser percebida quando os estudantes não atuam de forma esperada pelo professor tendo o saber como ponto de partida, como também o professor não atua de forma esperada pelos estudantes. Num contexto avaliativo (ainda que não fosse atribuída nota, valor), é de se esperar que sejam feitas continhas, algoritmos, raciocínios, deduções, inferências. Isso foi observado em várias questões, nas quais os números contidos na questão “deveriam” fazer parte dos cálculos. Porém, na questão das ripas de madeira (questão seis) a quantidade de galinhas em nada interferiu na colocação das ripas e da contagem dos pregos. Tal evidência leva a concluir que estes estudantes possuem certa ingenuidade, ou estão em um patamar de responsabilidade com o instrumento avaliativo, cuja interpretação e raciocínio estão acima de qualquer convenção, ou expectativa equivocada acerca de seus cálculos.

A contribuição de Brousseau (1996, 2008) também cabe aos resultados obtidos na avaliação diagnóstica, uma vez que elas apontam indícios de aprendizagem (ou não) nos tópicos do SND. Não apenas os números de erros e acertos, mas o teor dos erros e acerto

revelam situações nas quais o professor toma como parâmetro os resultados apresentados. Numa situação de avaliação, também estão presentes os três componentes da relação pedagógica: professor, estudante e saber. Cada qual com sua função nessa relação dinâmica e complexa entre a expectativa do professor e a posição do estudante em relação ao saber. Brousseau (1996) salienta para o caráter assimétrico desse triângulo (professor, estudante e saber) em relação ao saber, conferindo ao professor um importante papel nessa relação didática: a promover e garantir ao estudante o acesso ao saber científico, nesse contexto, através dos erros apresentados nas avaliações.

As avaliações aplicadas nos dois países demonstraram que o tratamento dado do SND traz implicações positivas, perceptíveis em suas produções, pois embasam outros raciocínios que advirão desta estrutura aditiva e multiplicativa, que de zero a nove é capaz de compor todo e qualquer número na base dez. A compreensão do SND envolve o sentido do número, das quatro operações com os números Naturais, para daí poderem compreender outras estruturas Matemáticas, conceitos algébricos, ou outros conjuntos numéricos.

Os estudantes de Portugal demonstraram mais “persistência” em relação à realização da avaliação diagnóstica. Nas aulas, sua postura era mais introspectiva, demonstrando estarem mais concentrados, atentos. Havia, de forma implícita, um contrato, que se percebia ao chegarem à sala de aula: já iam se organizando, buscando os materiais, cientes do que viria.

Aqui no Brasil, havia ordem na sala, mas por conta de um esforço da professora pela obtenção do silêncio. Não se observou no Brasil essa postura (já interiorizada) de respeito ao momento da aula, o tom mais formal que os estudantes de Portugal demonstraram possuir. Os aspectos da aprendizagem dos conceitos matemáticos estão diretamente relacionados ao que foi observado e mencionado a respeito do comportamento. Uma vez que para que haja a aprendizagem, se faz necessária concentração e esforço.

Kamii e Declark (1994, p.78), ressaltam a importância da autonomia do estudante, contrapondo-se ao comportamento heterônomo, ao afirmarem: “no campo moral e intelectual, as escolas de hoje lamentavelmente reforçam a heteronomia das crianças e as impedem inconscientemente de desenvolverem autonomia<sup>45</sup>”.

Os momentos de intervenção se configuraram de extrema riqueza, por permitirem um contato mais estreito da pesquisadora com os estudantes, podendo ouvir, ver, acompanhar as argumentações, discussões e posturas diante das atividades propostas.

---

<sup>45</sup> Para as autoras, a autonomia está subentendida a autonomia moral e intelectual, a capacidade de pensar logicamente no nível formal.

Há, nos PCNS, orientações para que sejam desenvolvidas atividades com jogos, o desenvolvimento da ludicidade como um auxiliar na aprendizagem. De fato, as propostas de intervenção foram aceitas com entusiasmo e curiosidade, demonstração de animação por parte de todos, e ao mesmo tempo mais curiosos ainda por ser a pesquisadora a se manifestar, conduzir a atividade juntamente com a professora.

Especialmente em Portugal, teve-se a participação efetiva da professora, de forma a dividir cada fala, cada intervenção. Afinal, ela mesma afirmou querer participar (e aprender) a lidar com o que se estava trazendo para os estudantes.

Além do aspecto da ludicidade, do trabalhar em grupo, escolher um representante da equipe, os conceitos matemáticos estavam presentes em cada passo da atividade, a cada tomada de decisão. As dúvidas e questionamentos perpassavam as etapas da atividade, sendo necessária, muitas vezes a retomada, pegar uma folha e calcular, ou até mesmo solicitar a presença da pesquisadora em momentos de impasse.

## 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao finalizar-se esta pesquisa, se faz oportuno externar as dificuldades encontradas durante o percurso inicial, uma vez que se objetivou fazer uma pesquisa empírica no Brasil e em Portugal.

Desconsiderando como dificuldade a tramitação necessária, como o contato com os órgãos competentes, explicitando os objetivos e propósitos da pesquisa, o que de fato se encontrou foi resistência com a pesquisa em si, com a autoscopia (por parte dos professores), especialmente adentrar em sala de aula. Houve quem aceitasse a pesquisa e houve (escola) quem não “acolhesse a proposta”. Em posse de tais dificuldades, não houve desistência, e sim persistência em continuar, até que fosse possível realizá-la. A cultura escolar em vigor que considera a sala de aula como a um “santuário”, deve ser desmistificada e repensada.

Em Portugal a acolhida foi diferente, sem dificuldade, de forma a se sentirem (as professoras) satisfeitas de poderem contribuir com uma pesquisa que envolvesse dois países.

O que faz com que em meu país tenha tanta dificuldade? Será a mentalidade que de a soberania atribuída ao professor, não aceite que sua prática pedagógica seja observada, questionada, discutida?

A principal contribuição revelada nesta pesquisa é a constatação de práticas pedagógicas que, nas séries iniciais se voltam para aspectos do SND de forma efetiva, por ser natural e previsto. Nas séries seguintes, vão surgindo (além dos números), a álgebra, geometria e as práticas pedagógicas deixam de abordar aspectos relacionados aos números. Com essa mudança, os princípios aditivos e multiplicativos são pouco trabalhados, podendo vir a comprometer a aprendizagem de matemática no Ensino Médio e no Ensino Superior, onde a pesquisadora atua e constata dificuldades.

As professoras das séries finais do Ensino Fundamental priorizam outros temas e os números deixam de ser abordados. Encontra-se uma enorme lacuna a ser mais e melhor explorada! Esse “abismo” referente ao tratamento dos números com o passar das séries acarreta perdas de oportunidades de reforçar propriedades e princípios lógicos, causando danos futuros. Tal constatação é o resultado desta pesquisa que acompanhou as práticas pedagógicas em inúmeros momentos de salas de aula no Brasil e em Portugal.

A pesquisa em sala de aula é um fenômeno complexo, que requer múltiplos olhares. A riqueza da experiência consistiu também em oportunidades de repensar a Matemática que se trabalha em sala de aula; de forma inevitável fazer paralelos entre o que se vivenciou nas salas de aula observadas e a prática da pesquisadora.

A oportunidade de acompanhar a realidade de duas escolas públicas do Brasil e duas de Portugal; de observar o comportamento de crianças e adolescentes dentro de sala de aula, bem como frente a um conteúdo matemático, suas ações e reações se constituiu em um “tecer fios” de uma colcha.

Do levantamento bibliográfico verificou-se que há pesquisas na área, dada a problemática que envolve o ensino e aprendizagem dos números, porém considera-se fazer parte do caráter original desta pesquisa, obter a coleta de dados de forma diversificada, como entrevista, observação, autoscopia, e aplicação de uma avaliação diagnóstica junto aos estudantes. Tais elementos constituíram pistas, sinais e indícios, para se responder à questão: “como os professores brasileiros e portugueses abordam e posteriormente ensinam os números e o sistema de Numeração decimal?”.

A metodologia oportunizou que se fosse a campo, objetivando compreender os aspectos da prática pedagógica no ensino de SND. Para conhecer as abordagens e as práticas pedagógicas dos professores, a observação, entrevista e a autoscopia serviram de alicerce. Para um melhor entendimento sobre os conhecimentos dos estudantes em relação aos aspectos relativos ao SND, recorreu-se à avaliação diagnóstica que possibilitou revelar elementos importantes. As observações aconteceram em número suficiente de sessões, capazes de permitir, perceber, constatar, verificar as estratégias adotadas pelas professoras.

A obtenção dos indicadores, sinais e indícios, baseados no paradigma indiciário de Ginzburg permitiu analisar as práticas pedagógicas sob determinados parâmetros, a ponto de entrelaçar características destas práticas.

A bibliografia consultada permitiu esclarecer, fundamentar e interpretar as experiências e análises. Buscou-se evidenciar, à luz da teoria, aspectos das relações didáticas, da aprendizagem de conceitos matemáticos e do conhecimento do professor.

### *Contrato didático*

As práticas pedagógicas das professoras revelaram a existência de contratos didáticos, em situações didáticas (com a intenção e interferência do professor) e a-didáticas (sem a intervenção do professor). A pesquisa permitiu verificar as práticas de professoras do Brasil e de Portugal cientes, na sua maioria, de seu papel nessa tríade: aluno, professor e saber (matemático). Porém, nos 9<sup>os</sup> anos, encontraram-se obstáculos didáticos, interferindo nas relações de ensino e aprendizagem, obstáculos advindos da comunicação (ou falta dela),

obstáculos da transposição didática, no momento que o conhecimento matemático era transformado em conhecimento a ser ensinado.

Para os anos iniciais, verificaram-se professoras cumprindo seu papel no contrato didático, permitindo a constatação de uma transposição didática adequada, a transformação da linguagem coloquial em linguagem formal, considerando-se o objeto matemático.

Nos 9<sup>os</sup> anos, a considerar os conteúdos próprios da série, constatou-se o uso de práticas pedagógicas centradas no professor, (Portugal), e práticas pedagógicas *laissez-faire* (Brasil).

### *O conteúdo matemático e o SND*

Observou-se a matemática trabalhada de formas distintas: nas séries iniciais<sup>46</sup>, de forma a instigar os alunos, com estratégias diferenciadas, criativas, ao passo que nas séries finais, verificou-se uma forma de abordagem desconectada da realidade, sem conexões com outras áreas do conhecimento (Brasil), ou com pouca interação em sala de aula, inibindo a troca de ideias e saberes matemáticos. (Portugal).

Quanto aos aspectos diretamente relacionados ao SND, a pesquisa mostrou que nas séries iniciais, há momentos de reflexão sobre e de exploração da numeração falada e escrita. Abordam-se diferentes formas de representar grandezas, comparar números decimais, fala-se sobre os *nós* (potências de 10, 100, 1000...), de forma oportuna.

Em relação à perspectiva histórica dos números, não foram observadas referências a esse tema. Não se falou em outros sistemas numéricos, como também a evolução dos números. Outras formas de representação não foram abordadas, nem o uso de outras bases numéricas.

O conteúdo foi apresentado de forma linear, sem que através da transposição didática fossem apresentadas formas de vencer a acumulação e linearidade dos conteúdos pré-determinados em sequências rígidas, não admitindo modificações na sua forma de sucessão de etapas moldadas e (rigorosamente) estruturadas. Sabe-se da dinâmica e do caráter “espiral” do currículo, no qual se devem ir e voltar repetidas vezes às ideias básicas, elaborando e reelaborando-as, até que o aluno tenha captado inteiramente a sua completa formulação sistemática.

---

<sup>46</sup> Por series iniciais, entenda-se 5º ano Brasil e 4º ano Portugal. Para séries finais entenda-se 9º ano Brasil e Portugal.

Verificou-se a ausência da utilização da história da matemática, inclusive como uma estratégia pedagógica, podendo ser abordada de uma forma instigante, inclusive interdisciplinar com história e artes.

A abordagem do SND e o tratamento dos números vão mudando com o avançar as séries. As observações e as entrevistas permitiram atestar a “perda” dessa abordagem, não havendo, nas séries finais, preocupação com esse tópico. Na entrevista com a professora de Portugal, ficou evidenciada essa hipótese, quando a professora deixou quatro questões sem responder, todas relacionadas ao SND.

Considera-se necessário sensibilizar os professores para a necessidade de explorar e trabalhar com os padrões de regularidades do SND nas séries finais, por meio de desafios, atividades diferenciadas, buscando evidenciar elementos da estrutura dos diversos Sistemas Numéricos, bem como trabalhar com outras bases (especialmente os menores).

Nas intervenções, foi nítido o desconhecimento das professoras em relação ao jogo dos “nunca dois”, fazendo uma analogia com o conhecido jogo do “nunca dez”. As quatro professoras participantes desta pesquisa admitiram desconhecer essa atividade, mas mostraram-se interessadas. Tal fato revela o pouco valor dado ao sistema numérico em suas diferentes bases, ou denota a exploração de atividades referentes ao SND feita da mesma forma. Trata-se de uma oportunidade de resgatar diferentes abordagens do SND ao longo das séries do Ensino Fundamental, uma vez que o sistema binário é a base para a álgebra Booleana, e predecessora da atual linguagem de computadores. Já os estudantes se sentiram instigados a desvendar essa nova modalidade de trocas e representação do número, demonstrando satisfação em realizar tal atividade.

### *Professoras*

Como já mencionado na metodologia, a pesquisadora foi recebida pelas professoras com cordialidade e interesse. Porém há que se destacar diferentes contextos: no Brasil, das quatro professoras contatadas (a priori), apenas uma aceitou participar da autoscopia. Em Portugal, todas concordaram prontamente com esta proposta.

Ao referir-se à sala de aula, percebeu-se em Portugal um termo que define e engloba a prática do professor: a autonomia. Lá, o professor possui status de autoridade e os estudantes estão imbuídos desta mentalidade; o respeito à fala do professor, a importância do cumprimento da “ementa” (conteúdos e atividades do dia), um formalismo no tratamento dos estudantes em relação ao professor.

Constataram-se indícios de duas professoras de países distintos (séries iniciais) criteriosas, com características semelhantes: motivadas, organizadas, dialógicas, que estimulam a aprendizagem propondo atividades diferenciadas, manifestando carinho, cultivando a ludicidade, promovendo um trabalho com valores humanos.

Os indícios revelaram também duas professoras (séries finais) também de países distintos, com características distintas, mas tendo em comum o distanciamento dos elementos do SND em suas práticas.

No 9º ano no Brasil, a professora manifestou dificuldades em relação à manutenção da ordem e da disciplina. Também apresentou lacunas no tratamento dos tópicos matemáticos, seja com uma repetição demasiada dos mesmos exercícios, seja na ausência de conexões da matemática vista na série com outras áreas, sejam erros conceituais, demonstrando falta de rigor e, em determinados casos, falta de conhecimento dos conteúdos matemáticos.

No 9º ano em Portugal, a professora dominava os conceitos matemáticos e privilegiava o conhecimento científico e matemático em suas práticas. Era pouco dialógica, valorizando aspectos matemáticos em detrimento dos aspectos humanos e comportamentais dos estudantes. Ela queixava-se da apatia da turma, do não envolvimento dos estudantes com a matéria trabalhada, em contrapartida não promove interações, discussões ou atividades diferenciadas. Levanta-se a seguinte questão: será que a apatia demonstrada pelos estudantes é uma característica da turma, ou é devido ao pouco estímulo e motivação que recebem?

A pesquisa revelou duas práticas semelhantes em termos de situações didáticas, nas quais as professoras das séries iniciais, de países distintos, possuíam características em comum, priorizando o diálogo, a organização, comprometidas com a aprendizagem, sem, no entanto, deixar de trabalhar o desenvolvimento humano, salientando valores e aspectos artísticos. Além dessas variáveis, ambas utilizavam materiais diversos, de forma contextualizada, lúdica, aproximando-se, ambas, do que seria um “ideal” de professor.

Em relação às professoras das séries finais (9ºs anos), a pesquisa revelou duas práticas distintas, deixando a desejar em diferentes aspectos, mas com alguns traços em comum, que interferem na aprendizagem de Matemática. Em Portugal, constatou-se uma prática pedagógica que não apresenta características humanista nem dialógica, com excessiva rigidez na condução da aula, vindo com isso a contribuir para a apatia manifestada pelos estudantes.

Em termos das práticas relacionadas aos conceitos matemáticos, a professora de Portugal demonstrou possuir pleno domínio. No Brasil, a pesquisa revelou igualmente práticas pedagógicas que não apresentavam características humanistas nem dialógicas, com

falta de rigor matemático, com ausência de exercício de autoridade, e em determinados casos, ocorrência de erros nas resoluções dos exercícios.

### *Estudantes*

Em relação aos estudantes das 4<sup>as</sup> e 5<sup>as</sup> séries, os momentos vivenciados foram de dinamismo, alegria, de motivação para aprender matemática. Nas séries finais, em virtude das mudanças físicas e comportamentais, a motivação, o prazer e interesse em aprender podem diminuir, sendo demonstrados pelas posturas observadas nas aulas e pela (pouca) disposição em realizar os exercícios propostos. Enfatiza-se que a afirmação do prazer pela descoberta, pela aprendizagem pode diminuir, mas pode ser desencadeado novamente pela ação docente.

Não se pode aqui comparar o grau de relacionamento de crianças até a 4<sup>a</sup> série, que convivem maioritariamente com um só professor, desenvolvendo laços e modos de convívio diferentes dos estudantes das séries posteriores. De qualquer forma, a responsabilidade atribuída ao professor é grande. Estariam os professores realmente cientes dessa abrangência?

### *Avaliação*

A avaliação em suas diferentes modalidades revela por parte de quem a elabora, o grau de envolvimento e de domínio em relação ao tema. É muito mais que validar aprendizagem, é um instrumento que aponta questões contundentes através dos erros cometidos, e a retomada é essencial para que o sujeito possa reaprender rever, para finalmente avançar.

Os resultados das avaliações diagnósticas não apresentaram discrepâncias em relação aos dois países.

A mudança de estratégia didática pode ser decorrente de uma criteriosa análise dos resultados da avaliação. Durante as sessões de observação foi possível verificar os estudantes sendo avaliados de diferentes formas: pelas respostas dadas em voz alta, pela forma retraída de um estudante se comportar diante das questões levantadas, pelas interações entre os estudantes, pela dificuldade e /ou incapacidade de resolver o problema proposto, ou até mesmo pelo relato dele ao dizer: “não entendi”, ou como diziam em Portugal: “professora, não percebi”. Feliz do professor que recebe de um estudante esta “confissão” (de não ter entendido algo), pois aí se configura em uma grande oportunidade de promover a aprendizagem de forma personalizada, de garantir avanços e o pleno entendimento de um objeto matemático.

### *Autoscopia*

Tem-se a ciência do ineditismo desta pesquisa, ao incorporar aos outros mecanismos de coleta de dados, esta reflexão conjunta, a autoscopia. Tipicamente utilizada em estudos da psicologia, foi trazida para a educação por proporcionar uma reflexão baseada nas filmagens.

A autoscopia realizada com as professoras demonstrou que aspectos pessoais interferem diretamente em suas práticas: a motivação de um professor está permeada de crenças e concepções. Intimamente ligada à sua prática estão seus propósitos e objetivos: de promover a aprendizagem com eficácia, de se responsabilizar pelo aprendizado, ou se vai à sala de aula meramente para cumprir obrigações.

O fato de ver-se atuando, gerou incômodo, e reações adversas. As professoras, ao verem-se sendo professoras, puderam refletir externar e verificar aspectos não percebidos até então, como o tom de voz, a movimentação, o olhar para a turma, e a reação mediante o retorno dos estudantes. Essa reflexão foi considerada produtiva por elas que alegaram desconhecer esta técnica de autoanálise, que produziu efeitos inesperados, e que contribuíram para seu autoconhecimento.

### *A aula*

A pesquisa permitiu vivenciar duas realidades, apontando para a importância do papel do professor, e quão produtiva ou esvaziada pode ser uma prática pedagógica. Sabe-se da capacidade de promover mudanças e avanços atribuídos à ação docente. Porém, em distintos países, foram vistos cenários que se equivaleram em aspectos como: traquejo de sala de aula, comprometimento com o planejamento das atividades propostas, entusiasmo nas interações professor-estudante, respeito às diferenças, condução das aulas com segurança e domínio.

No Brasil, tal formalismo não foi percebido, nem tampouco a prática do silêncio, de forma natural (9º ano). As aulas (duas séries) eram interrompidas por vários motivos, inclusive a partir de certo horário (uns 20 minutos antes do término da aula) uns cinco ou seis estudantes se retiram para irem embora com o transporte a van. Ou seja, o horário do transporte escolar é preferencial em relação ao tempo de aula, que também era interrompido para ensaio da dança para a festa junina, entre outras atividades paralelas. Pergunta-se: não estaria aí embutida a mentalidade de demérito, ou de menor importância em relação ao momento do ensinar e aprender?

Os baixos indicadores de qualidade educacional, mencionados no início desse trabalho, não teriam relação com o pouco valor atribuído à educação como um todo? A professora observada, por si tinha iniciativas, e motivação, porém, há uma parcela de professores desmotivados que pouco se envolvem, ocasionando um cenário desfavorável a uma boa educação.

As estratégias utilizadas pelos professores em relação ao ensino e aprendizagem dos conceitos do SND são diversificadas e adequadas. As professoras fazem uso de materiais didático-pedagógicos como ferramenta auxiliar, como apoio às suas estratégias. Além dos materiais, como barra de Couisiner (Brasil), Rotina da tabuada (Brasil), Jogo com frações (Portugal), o “Matematiquês” (Portugal), o principal é a maneira de conduzir a atividade.

O nível de exigência do professor, observado nas escolas de Portugal era maior do que no Brasil. O professor exigia postura do estudante diante da realização das atividades, tarefas, estudo e comprometimento. Lá foi observado um respeito maior em relação à educação, na forma mais abrangente da palavra, além da manutenção da limpeza e ordem (No Brasil no 4º ano também primava a ordem, porém no 9º ano, não).

Têm-se o posicionamento de que independente da série a lecionar, é fundamental que haja um amplo conhecimento do objeto matemático a ser abordado.

Por fim, retoma-se a questão de que o professor é o agente que conduz o sujeito à aprendizagem e está em suas mãos essa tarefa, que se inicia muito antes de colocar os pés em sala de aula, e sua abrangência vai muito além dos muros escolares.

*E a pesquisa não para....*

Como sugestão para trabalhos futuros, recomenda-se explorar os sistemas numéricos em outras bases, dentro da Formação de professores.

Pode-se aprofundar este estudo considerando realidades dentro de uma mesma cidade, objetivando compreender as práticas pedagógicas do ensino de SND, ou outra área da Matemática.

Estudar a linearidade presente na matemática sistematizada, como uma ciência pronta e acabada, procurando encontrar formas não lineares de tratamento dos temas, considerando o currículo espiral, com idas e vindas da base ao conteúdo presente.

Desenvolver, nos cursos de formação de professores, fazer da autoscopia uma técnica comum, na qual a reflexão *na* e *sobre* prática seja enriquecida pela filmagem e com outra pessoa a conduzir esse pensar.

A partir da conclusão desta pesquisa, desenvolver um estudo sobre a abordagem dos números no Ensino Médio, visando resgatar aspectos do SND em séries futuras.

### *Diretrizes*

O fundamental que a pesquisa revela como propositivo, são ações que envolvam e direcionem o professor em torno de sua prática pedagógica, de forma mais pormenorizada.

Da vivência que se teve em sala de aula, precisam ser mobilizadas ações que possam suportar o professor em suas dificuldades mais “nucleares”, ou seja, no cerne de sua prática pedagógica, que é a sala de aula.

A prática pedagógica do professor que ensina Matemática é permeada de muitas variáveis: domínio do conteúdo, dialogicidade, acolhimento, que talvez ele não consiga exercê-la de forma plena por possuir carências de sua formação.

- Falta de conhecimentos matemáticos, falta de base teórica com a definição dos conceitos, fazendo com que a definição se resume a apresentar “exemplos” de exercícios a serem replicados pelos estudantes;
- Falta de embasamento sobre teorias de aprendizagem, sem que haja (por parte do professor) o cuidado de conduzir o conteúdo de forma gradativa; sem observar a importância com as conexões do tema a ser abordado com os temas já vistos; Falta de clareza sobre didática. A didática do professor necessita de constante reflexão, revisto de forma constante acerca do que tem dado certo e o que não tem.
- Falta de rigor, demonstrado pela abordagem dos conceitos e pela postura mais “relaxada” do professor em relação à disciplina em sala de aula, na postura dos estudantes, e à condução da aula como um todo.

A cultura escolar em vigor que considera a sala de aula como a um “santuário”, deve ser desmistificada, repensada e transformada, conforme citado em relação às dificuldades encontradas para a realização da pesquisa. A coordenação e orientação pedagógica necessitam transpor a barreira (muitas vezes impostas não declaradamente pelo professor) de que o momento da aula não careça de revisões e intervenções. Há que se ter cuidado com o planejamento, que por sua vez deve ser revisto de forma pormenorizada, em conjunto com a equipe pedagógica da escola, para propor mudanças, ajustes e adaptações. A orientação sobre estratégias metodológicas se faz necessária, visando oportunizar/garantir a aprendizagem, de diferentes formas e abordagens.

É necessário acompanhar mais “de perto” a rotina de sala de aula, seja do ponto de vista da postura dos estudantes em relação a valorização do momento da aula, que acaba implicando em descuido com a disciplina; seja da postura do professor, que necessita compreender seu papel de educador, sendo exemplo em todas as suas ações e reações.

A presença constante de coordenador e suporte pedagógico em sala de aula, que é prevista que aconteça, precisaria acontecer de fato, de forma acolhedora, poderia sugerir ajustes, bem como a promoção de troca de experiência entre os professores.

O constante aprimoramento das capacitações para docentes é necessário. Porém, a diretriz que se propõe é ir além, buscando capacitar o professor em assuntos referentes aos conceitos matemáticos de forma específica, que se iniciam com estudos dos conceitos dos temas (série a série), de forma aprofundada: conceito, de que forma abordar, de que forma avaliar. Tais momentos poderiam ser realizados com os próprios professores da casa, em forma de grupos de estudo, realizados presenciais ou on-line, sendo compartilhados posteriormente com os demais professores.

A avaliação necessita ser repensada em sua aplicação e formas de verificação da aprendizagem, utilizando-se novos modelos, valendo-se de novas interatividades e tecnologias, como “quiz”, “games” e aplicativos similares.

O uso de Tecnologias Digitais da Informação e da Comunicação (TDIC). Há que se considerar o gama de ferramentas com o uso do computador, com ambientes on line de aprendizagem (gratuitos), que poderão oportunizar mais interatividade na aula, visando atrair a atenção e incentivar a participação dos estudantes, como também espaço para discussão e troca de experiências. Com essa visão, a equipe diretiva da escola poderá providenciar espaço físico para o uso de computadores e internet, para o uso efetivo de softwares dinâmicos de aprendizagem de matemática, como o Geogebra, Cabri-géometre.

### *Reflexões*

O cotidiano de sala de aula, envolto em um clima de motivação, disposição, foram perceptíveis nas turmas com práticas pedagógicas dialógicas, lúdicas, humanistas (séries iniciais). A indisciplina, a apatia, o não envolvimento, o uso de celular (Brasil), nos momentos de aula foi perceptível em turmas com práticas pedagógicas rígidas (Portugal), pouco dialógicas, sem rigor (Brasil), sem o exercício da autoridade (Brasil).

Tais constatações remetem a questionamentos que, de forma direta ou indireta, interferem nas práticas pedagógicas e, conseqüentemente, na aprendizagem. Como é a

realidade dos professores em relação ao aspecto administrativo, e não pedagógico? Caso esse professor não seja concursado, a cada final de ano, ele convive com a indecisão de ser ou não removido? Que tipo de identidade esse professor cria com uma escola que, a qualquer momento poderá ser transferido? E como ficam os estudantes diante da incerteza de haver ou não professor para o ano letivo?

Abordam-se aqui questões pessoais que interferem nas práticas pedagógicas, como a distância da escola até a casa. A qualidade de vida do professor que necessita se deslocar muitas vezes de transporte coletivo, levando horas, até que chegue ao local de trabalho. Tais questões pessoais são consideradas?

Voltando-se à problemática que envolve o ensino de Matemática, muitos professores que atuam no Ensino Fundamental e Médio não são formados, nem possuem o preparo adequado para lecionar matemática, e ainda assim conseguem aulas. Como fica a prática pedagógica desse profissional? Com que preparo e que tipo de conhecimento (pedagógico, didático, matemático) esse profissional possui? Como fica garantida a aprendizagem nessa situação?

A transformação que a pesquisadora sofreu, com o desenvolvimento desta pesquisa, foi incorporada à sua prática pedagógica, que sem sombra de dúvidas conheceu professoras que lhe inspiraram a fortalecer laços, lhe fez ver a necessidade de um sorriso, de um olhar que acolhe. Também fez ver a interdependência dos temas matemáticos que, se bem trabalhados no início e ao longo da vida escolar, repercutem de forma positiva e garantem uma melhor *performance* nos estudantes universitários, realidade em que a pesquisadora vivencia.

Na sua prática, a pesquisadora vivenciou mudanças internas. O resgate dos conteúdos prévios, as conexões com as outras áreas do conhecimento são agora mais intensas. A pesquisadora procura proporcionar aos estudantes ainda mais momentos de ludicidade, investindo em práticas pedagógicas que incluam interações entre os estudantes, com estratégias diferenciadas, e com o uso dos conhecimentos pedagógico, didático e matemático, para promover a aprendizagem com eficácia. A aprendizagem pode ser acompanhada de um clima lúdico, onde a assertividade seja incentivada, e que o estudante se convença que aprender matemática é possível sim!

Encerra-se esta pesquisa com a grata satisfação de ter vivenciado de forma rica cada etapa, também com a preocupação em relação ao futuro da educação nas escolas. Como foi possível, a partir da vivência de experiências de ensino de matemática envolvendo professores brasileiros e portugueses, o ganho foi ainda maior, pois o espectro se expandiu, provocando o inevitável confronto de duas realidades, nas quais em uma predomina a ordem, o status

conferido ao professor, e outra realidade de lacunas, de aspectos a se considerar, melhorar e mudar. O professor continua a ser o principal agente de mudanças.

## REFERÊNCIAS

ABRANTES, P.; SERRAZINA, L.; OLIVEIRA, I. **A matemática na educação básica**. Lisboa: Ministério da Educação, 1999.

AFONSO, A. P. **Sistema de numeração maia**. Manaus: Matematicuês, 2010. Disponível em: <http://www.matematicues.com.br/conteudo.php?id=842>. Acesso em: mar. 2019.

BIVAR, A. et al. **Programa e metas curriculares: matemática: ensino básico**. Lisboa, Ministério da Educação, 2013.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto: Porto Editora, 1994.

BORGES, L. R.; BONFIM, S. H. A origem dos números. **Interfaces da Educação**, Paranaíba, v. 2, n. 6, p. 37-49, 2012.

BOYER, C. B. **História da matemática**. São Paulo: Edgard Blücher, 1974.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular**. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2019. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/a-base>. Acesso em: mar. 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular**. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2020. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/conselho-nacional-de-educacao/base-nacional-comum-curricular-bncc-etapa-ensino-medio>. Acesso em: março. 2020:

BRASIL. Ministério da Educação. **PDE: Plano de Desenvolvimento da Educação: Prova Brasil: ensino fundamental: matrizes de referência, tópicos e descritores**. Brasília, DF: Inep, 2008.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Brasília, DF: MEC: SEF, 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 15 dez. 2018.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Brasília, DF: MEC: SEF, 1998.

BRICK, E. M.; FERREIRA, G. K.; SENA, R. M. de. Relações entre o contrato didático e avaliação: uma revisão de literatura preliminar em educação em ciências. **Ensino de Ciências e Tecnologia em Revista**, v. 6, n. 1, p. 37-52, jan./jun. 2016.

BROCARD, J.; SERRAZINA, M. de L. M.; KRAEMER, J. Algoritmo e sentido do número. **Educação Matemática**, n. 75, p. 11-15, nov./dez. 2003.

BROUSSEAU, G. Os diferentes papéis do professor. *In*: PARRA, C.; SAIZ, I. (Org.). **Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas**. Porto Alegre: Artmed, 1996. p. 48-72.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas**: conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática, 2008.

CARRAHER, T. N. (Org.). **Aprender pensando**: contribuições da psicologia cognitiva para a educação. 11. ed. Petrópolis: Vozes, 1997.

CARRAHER, T. N.; SCHLIEMANN, A.; CARRAHER, D. **Na vida dez, na escola zero**. 10. ed. São Paulo: Cortez, 1995.

CARAÇA, B. de J. **Conceitos fundamentais da matemática**. 7. ed. Lisboa: Gradiva, 2010.

CASTRO, J. P.; RODRIGUES, M. **Sentido do número e organização de dados**: textos de apoio para educadores de infância. Lisboa: Ministério da Educação, 2008.

CEBOLA, G. Do número ao sentido do número. *In*: PONTE, J. P. da et al. (Ed.). **Actividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação dos professores**. Lisboa: SEM-SPCE, 2002. p. 223-239.

CHARLOT, B. **Relação com o saber, formação dos professores e globalização**: questões para a educação de hoje. Porto Alegre: Artmed, 2005.

CHARNAY, R. Aprendendo (com) a resolução de problemas. *In*: PARRA, C.; SAIZ, I. (Org.). **Didática da matemática**: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 36-47.

CHEVALLARD, Y. **La tranposición didáctica**: del saber sabio al saber enseñado. Buenos Aires: Aique, 1991.

CHEVALLARD, Y. Sobre a teoria da transposição didática: algumas considerações introdutórias. **Revista de Educação, Ciências e Matemática**, Rio de Janeiro, v. 3, n. 2, p. 1-14, maio/ago. 2013.

CENTURIÓN, M. **Números e operações**. São Paulo: Scipione, 1994.

CONTI, K. C.; LONGO, C. A. C. (Org.). **Resolver problemas e pensar matemática**. Campinas: Mercado de Letras, 2017.

D'AMBROSIO, U. Educação matemática: uma visão do estado da arte. **Pro-Posições**, Campinas, v. 4, n. 1, p. 7-16, mar. 1993.

D'AMORE, B. **Elementos de didática da matemática**. São Paulo: Livraria da Física, 2007.

DELORS, J. et al. **Educação**: um tesouro a descobrir: relatório para a UNESCO da Comissão Internacional sobre Educação para o século XXI. São Paulo: Cortez, 1998.

DEMO, P. **Educar pela pesquisa**. 3. ed. Campinas: Autores Associados, 1998.

DEMO, P. **Introdução à metodologia da ciência**. 2.ed. São Paulo: Atlas, 1985.

DESPREBITERIS, L. A avaliação na educação básica: ampliando a discussão. **Estudos em Avaliação Educacional**, São Paulo, n. 24, p. 137-146, jul./dez. 2001.

DIENES, Z. P. **Aprendizado moderno da matemática**. 2.ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1970.

DIENES, Z. P. **As seis etapas do processo de aprendizagem em matemática**. São Paulo: EPU, 1975.

ERNEST, P. Los valores y la imagen de las matemáticas: una perspectiva filosófica. **Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas**, n. 23, p.9-28, enero 2000.

FERNANDES, D. Educação: Brasil está entre os que menos gastam com ensino primário, mas tem investimento 'europeu' em universidade, diz OCDE. **BBC Brasil**, 2017. Disponível em: <https://www.bbc.com/portuguese/brasil-41236052>. Acesso em: out.2018.

FERNANDES, D. Para uma teoria da avaliação formativa. **Revista Portuguesa de Educação**, Braga, v. 19, n. 2, p. 21-50, 2006.

FERNANDES, J de A. Equações quadráticas na antiga Babilônia. **Revista do Professor de Matemática**, Rio de Janeiro, n. 81, [201-]. Disponível em: <http://www.rpm.org.br/cdrpm/81/6.html>. Acesso em: mar. 2019.

FREIRE, P. **Educação como prática da liberdade**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1994.

GÁLVEZ, G. A didática da matemática. In: PARRA, C.; SAIZ, I. (Org). **Didática da matemática**: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artmed, 1996. p. 30-36.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 7. ed. São Paulo: Atlas, 2019.

GINZBURG, C. **Mitos, emblemas, sinais**: morfologia e história. São Paulo: Companhia das Letras, 1989.

GIRALDO, V. Formação de professores de matemática: para uma abordagem problematizada. **Ciência & Cultura**, Campinas, v. 70, n.1, p.37-42, jan. 2018.

GUNDLACH, B. H. **História dos números e numerais**. São Paulo: Atual, 1992.

IFRAH, G. **História universal dos algarismos, volume 1**: a inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997.

IFRAH, G. **Os números**: a história de uma grande invenção. São Paulo: Globo, 2005.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA (INEP). **Resumo técnico**: resultados do índice de desenvolvimento da educação básica 2005-2015. Brasília, DF, 2015.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA (INEP). **Saeb**: testes e questionários. Brasília, DF, 2019. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/educacao-basica/saeb/instrumentos-de-avaliacao>. Acesso em:

KAMII, C. **A criança e o número**: implicações educacionais da teoria de Piaget para a atuação junto a escolares de 4 a 6 anos. 11. ed. Campinas, SP: Papirus, 1990.

KAMII, C.; DECLARK, G. **Reinventando a aritmética**: implicações da teoria de Piaget. 8. ed. Campinas, SP: Papirus, 1994.

LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. de A. **Técnicas de pesquisa**. 3. ed. São Paulo: Atlas, 1996.

LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. de A. **Fundamentos de metodologia científica**. 8. ed. Paulo: Atlas, 2019.

LERNER, D.; SADOVSKY, P. O sistema de numeração: um problema didático. *In*: PARRA, C.; SAIZ, I. (Org.). **Didática da matemática**: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artmed, 1996. p. 73-155.

LUCKESI, C. C. **Avaliação da aprendizagem escolar: estudos e proposições**. São Paulo: Cortez, 2010.

LUCKESI, C. C. **A avaliação da aprendizagem**: componente do ato pedagógico. São Paulo: Cortez, 2011.

LUCKESI, C. C. **Avaliação da aprendizagem escolar: estudos e proposições**. 6. ed. São Paulo: Cortez, 1997.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MARTINI, M. R. **Construção e validação de um instrumento de pesquisa para avaliar a qualidade de vida de trabalhadores**. 2015. 106 f. Tese (Doutorado em Medicina) - Faculdade de Medicina, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.

MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. **Ensino de matemática**. São Paulo: Atual, 1986.

MIRANDA, D. de. **Sistema de numeração babilônico**. Mundo Educação, 2019. Disponível em: <https://mundoeducacao.bol.uol.com.br/matematica/sistema-numeracao-babilonico.htm>. Acesso em: mar. 2019.

MIRANDA, D. de. **Sistema de numeração egípcios**. Mundo Educação, 2019. Disponível em: <https://mundoeducacao.bol.uol.com.br/matematica/sistema-numeracao-egipcios.htm>. Acesso em: mar. 2019.

MIZUKAMI, M. da G. N. **Ensino**: as abordagens do processo. São Paulo: E.P.U., 1986.

MORO, M. L. F.; SOARES, M. T. C. (Org.). **Desenhos, palavras e números**: as marcas da matemática na escola. Curitiba: Editora da UFPR, 2005.

MOROZ, M.; GIANFALDONI, M. H. T. A. **O processo de pesquisa**: iniciação. 2. ed. Campinas, SP: Liber Livro, 2009.

NATIONAL AGENCY FOR EDUCATION. **Syllabuses for the compulsory school**. Stockholm: Fritzes, 2000.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (NCTM). **Principles and standards for school mathematics**. Reston: NCTM, 2000.

OECD. **PISA 2009 results: executive summary**. Paris, 2010, p. 7-10. Disponível em: <http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/46619703.pdf>. Acesso em: jan. 2019.

OECD. **PISA 2015: Portugal**. Paris, 2018. Disponível em: <http://www.compareyourcountry.org/pisa/country/prt?lg=es>. Acesso em: jan.2019.

NÓVOA, A. **Professores: imagens do futuro presente**. Lisboa: EDUCA, 2009.

PAIS, L. C. Transposição didática. In: FRANCHI, A. et al. **Educação matemática: uma introdução**. São Paulo: Educ, 1999.

PANIZZA, M. (Org). **Ensinar matemática na educação infantil e nas séries iniciais: análises e propostas**. Porto Alegre: Artmed, 2008.

PERRENOUD, P. **Avaliação: da excelência à regulação das aprendizagens – entre duas lógicas**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1999.

PONTE, J. P. da. Didáticas específicas e construção do conhecimento profissional. In: TAVARES, A. P.; PEDRO, A. P.; SÁ, H. A. (Ed.). **Investigar e formar em educação: actas do IV Congresso da SPCE**. Porto: SPCE, 1999. p. 59-72.

PONTE, J. P.; CANAVARRO, P. **Matemática e novas tecnologias**. Lisboa: Universidade Aberta, 1997.

PORTAL DA MATEMÁTICA OBMEP. Rio de Janeiro, 2016. Disponível em: <https://portaldosaber.obmep.org.br/index.php/site/index?a=1>. Acesso em: fev. 2018.

RAMOS VOSGERAU, D. S.; ROMANOWSKI, J. P. Estudos de revisão: implicações conceituais e metodológicas. **Diálogo Educacional**, Curitiba, v. 14, n. 41, p. 165-189, jan.-abr. 2014.

REPÚBLICA PORTUGUESA. **Programa e metas curriculares: matemática: ensino básico**. Lisboa: Direção-Geral da Educação, 2013.

ROMANOWSKI, J. P.; ENS, R. T. As pesquisas denominadas do tipo “estado da arte” em educação. **Diálogo Educacional**, Curitiba, v. 6, n. 19, p. 37-50, set./dez., 2006.

SACRISTÁN, J. G.; GÓMEZ, A. I. P. **Compreender e transformar o ensino**. Porto Alegre: Artmed, 2000.

SADALLA, A. M. F. de A.; LAROCCA, P. Autoscopia: um procedimento de pesquisa e de formação. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 30, n. 3, p. 419-433, set./dez. 2004. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/ep/v30n3/a03v30n3.pdf>. Acesso em: jun. 2018.

SANTALÓ, L. A. Matemática para não matemáticos. *In*: PARRA, C.; SAIZ, I. (Org.). **Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

SANTOS, A. F. dos. **Sistemas de numeração posicionais e não posicionais**. 2014. 80 f. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional)-Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Julio de Mesquita Filho”, São José do Rio Preto, 2014. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/122212/000809246.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: mar. 2020.

SERRAZINA, M. de L. M. Competência matemática e competências de cálculo no 1º ciclo. **Educação e Matemática**, n. 69, p. 57-60, set./out, 2002.

SERRAZINA, M. de L. M. Conhecimento matemático para ensinar: papel da planificação e da reflexão na formação de professores. **Reveduc**, São Carlos, v. 6, n. 1, p.266-283, mai. 2012. Disponível em: <http://www.reveduc.ufscar.br/index.php/reveduc/article/view/355/162>. Acesso em: out. 2019.

SEVERINO, A. J. **Metodologia do trabalho científico**. 22. ed. São Paulo: Cortez, 2002.

SHULMAN, L. S. Conocimiento y enseñanza: fundamentos de la nueva reforma. **Profesorado: Revista de Currículum y Formación del Profesorado**, v. 9, n. 2, p. 1-30, 2005.

SHULMAN, L. S. Paradigmas y programas de investigación em el stúdio de la enseñanza: una perspectiva contemporânea. *In*: WITTRÖCK, M. (Ed.). **La investigación de la enseñanza**. Barcelona: Paidós, 1989.

SHULMAN, L. S. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, v. 15, n. 4, p. 4-14, 1986.

SHULMAN, L. S.; SHULMAN, J. H. Como e o que os professores aprendem: uma perspectiva em transformação. **Cadernos Cenpec**, São Paulo, v. 6, n. 1, p. 120-142, jan./jun. 2016.

SMOLE, K.; DINIZ, M. I. (Org.) **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2001.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da Matemática na escola elementar**. Curitiba: Editora da UFPR, 2009.

VERGNAUD, G. O longo e o curto prazo na aprendizagem da matemática. **Educar em Revista**, Curitiba, p. 15-27, 2011. Número Especial.

WISEU, F. A. V. **A formação do professor de matemática apoiada por um dispositivo de interação virtual no estágio pedagógico**. Braga: Universidade do Minho, Instituto de Educação e Psicologia, 2009.

TAILLE, Y. de La; OLIVEIRA, M. K. de; DANTAS, H. **Piaget, Vygotsky, Wallon: teorias psicogenéticas em discussão**. São Paulo: Summus, 1992.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. 6. ed. Petrópolis: Vozes, 2006.

TARDIF, M.; LESSARD, C. **O trabalho docente**: elementos para uma teoria da docência como profissão de interações humanas. 2. ed. Petrópolis: Vozes, 2005.

TERIGI, F.; WOLMAN, S. Sistema de numeración: consideraciones acerca de su enseñanza. **Revista Iberoamericana de Educación**, v. 43, p. 59-83, 2007.

### APÊNDICE A – Conteúdos conceituais e procedimentais: Brasil

1º Ciclo (2º ano)	2º Ciclo (5º ano)	3º Ciclo (7º ano)	4º Ciclo (9º ano)
Reconhecer n. <sup>os</sup> no contexto diário.	Reconhecer números $N$ <sup>28</sup> e $Q$ no contexto diário.	Reconhecer inteiros em diferentes contextos e exploração de situações-problema.	Análise, interpretação, formulação e resolução de situações-problema, n. <sup>os</sup> com $N$ , $I$ , $Q$ e $R$ .
Utilizar diferentes estratégias para quantificar elementos de uma coleção, bem como contar e medir; comparar e ordenar uma coleção pela quantidade de elementos.	Quantificar elementos de uma coleção, contar e medir; comparar.	Compreensão do SND, identificando o conjunto de regras e extensão dessas regras para os n. <sup>os</sup> $Q$ na forma decimal.	Resolução de situações problema por meio de um sistema de equações do primeiro grau, construindo diferentes procedimentos para resolvê-lo.
Comparação entre n. <sup>os</sup> : critérios e regras usadas em seriação.	Comparação e ordenação de n. <sup>os</sup> $N$ de qualquer ordem de grandeza.	Reconhecimento de n. <sup>os</sup> racionais em diferentes contextos e exploração de situações indicam relação parte/todo.	Uso de procedimentos para calcular o valor numérico e efetuar operações com expressões algébricas.
Contagem: escalas ascendentes e descendentes; regularidades nas séries numéricas.	Extensão das regras do SND para compreensão e representação dos n. <sup>os</sup> $Q$ na forma decimal.		Obtenção de expressões equivalentes a uma expressão algébrica, usando fatorações e simplificações.
Leitura, escrita, comparação e ordenação de notações numéricas pela compreensão das características do SND (valor posicional, base).	Localização na reta numérica, de n. <sup>os</sup> racionais na forma decimal.	Localização na reta numérica de n. <sup>os</sup> $Q$ , entendendo que podem ser expressos na forma fracionária e decimal, relacionando-as.	Identificação de um n. <sup>o</sup> $I$ como um n. <sup>o</sup> de representação decimal infinita, e não periódica, localizando alguns deles na reta numérica, com régua e compasso.
Análise, interpretação, resolução e formulação de situações problemas, em especial atenção ao significado das operações nesse contexto.	Análise, interpretação, resolução e formulação de situações problemas, envolvendo operações com n. <sup>os</sup> $N$ e $Q$ .	Análise, interpretação, formulação e resolução de situações problemas envolvendo n. <sup>os</sup> $N$ , $Z$ e $Q$ .	Análise, interpretação, formulação e resolução de situações problema, envolvendo n. <sup>os</sup> $N$ , $Z$ , $Q$ e $I$
Constituir um repertório de cálculo na resolução de problemas, a partir dos fatos básicos.	Identificação e produção de frações equivalentes, através de representações gráfica e regularidades nas escritas numéricas.	Utilização de representações algébricas, na busca de generalizações das propriedades aritméticas.	Tradução de situações problema por equações ou inequações do primeiro grau, interpretando os resultados obtidos.

Utilização da decomposição das escritas numéricas para a realização do cálculo mental, exato e aproximado.	Leitura, escrita, comparação e ordenação de representações fracionárias de uso frequente.	Resolução de situações problema com a ideia de proporcionalidade, cálculo com porcentagens problemas de contagem e o princípio multiplicativo.	Resolução de situações problema de contagem, que envolvem o princípio multiplicativo, com a construção de diagramas, tabelas e esquemas sem a aplicação de fórmulas.
Cálculo de adição, subtração, multiplicação e divisão por meio de estratégias pessoais ou técnicas convencionais.	Relação entre representações fracionária e decimal de um mesmo número racional.	Cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados), envolvendo operações com $n.^\circ N$ , $Z$ e $Q$ .	Resolução de problemas q com grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, incluindo a regra de três.
	Ampliação do repertório básico das operações com $n.^\circ N$ para o desenvolvimento do cálculo mental e escrito.	Potência: compreensão, uso das propriedades em situações problemas, e atribuição de significado à potência de expoente nulo e negativo através das potências com expoente positivo.	Resolução de situações problema envolvendo juros simples e alguns casos de juros compostos, construindo estratégias variadas, com as que fazem uso de calculadora.
	Cálculo de adição e subtração de números racionais na forma decimal, com estratégias pessoais e uso de técnicas operatórias.	Compreensão da raiz quadrada e cúbica, a partir de problemas de áreas e volumes.	Resolução de situações problema que podem ser resolvidas por uma equação do segundo grau cujas raízes sejam obtidas pela fatoração.

Fonte: Elaboração própria.

### APÊNDICE B – Conteúdos por séries: Portugal

1º Ciclo: 4º ano	2º Ciclo: 6º ano	3º Ciclo: 9º ano
Números naturais Extensão das regras de construção dos numerais decimais para classes de grandeza indefinida. Diferentes significados do termo «bilião».	Números naturais. Números primos; Crivo de Eratóstenes; Teorema fundamental da aritmética e aplicações.	Propriedades da relação de ordem. Monotonia da adição; Monotonia parcial da multiplicação; Adição e produto de inequações membro a membro; Monotonia do quadrado e do cubo; Inequações Simplificação e ordenação de expressões numéricas reais com frações, dízimas ou radicais.
Algoritmo da divisão inteira; Determinação dos divisores de um número $N^{47}$ até 100; Problemas de vários passos envolvendo números naturais e as quatro operações.	Números $Q$ positivos e negativos Números $Q$ negativos. Simétrico e valor absoluto de um número $Q$ ; Semirreta de sentido positivo associada a um número; ordenação de números racionais; Conjunto dos números $I$ relativos e conjunto dos números $Q$ .	Intervalos de números reais; Representação de intervalos de números reais na reta numérica; Interseção e reunião de intervalos.
Números $Q$ não negativos. Construção de frações equivalentes por multiplicação dos termos por um mesmo fator Simplificação de frações de termos pertencentes à tabuada do e do ou ambos múltiplos de.	Orientação positiva e negativa de segmentos orientados da reta numérica; Adição e subtração de números $Q$ ; definição e propriedades; Módulo da diferença de dois números.	Aproximações da soma e do produto de números $R$ ; Aproximações de raízes quadradas e cúbicas; Problemas envolvendo aproximações de medidas de grandezas.
Multiplicação e divisão de números $Q$ por $N$ e por $Q$ . Produto e quociente de um número representado por uma dízima por ; Utilização do algoritmo da divisão inteira para obter aproximações na forma de dízima de números $Q$ ; Multiplicação de números $Q$ representados por dízimas finitas; Utilização do algoritmo da divisão para obter aproximações na forma de dízima de quocientes de números racionais; 1, 100, 1000, 0,1, 0,01 e 0,001. Problemas envolvendo números $Q$ e as quatro operações.		

Fonte: REPÚBLICA PORTUGUESA (2013). Adaptação: a autora.

<sup>47</sup> Nesse quadro, utilizaremos novamente letras maiúsculas para representar conjuntos numéricos. Naturais com  $N$ , Inteiros com  $Z$ , racionais com  $Q$ , Reais com  $R$  e Irracionais com  $I$ .

### APÊNDICE C - Conteúdos por séries: Suécia

Habilidades Matemáticas	Ao final do 5º ano	Ao final do 9º ano
	Números: ter uma compreensão básica dos números, abrangendo números naturais e números simples em frações e formas decimais; compreender e ser capaz de usar adição, subtração, multiplicação e divisão, bem como ser capaz de descobrir padrões numéricos e determinar números desconhecidos em fórmulas simples; ser capaz de calcular em números naturais; em sua cabeça, e usando métodos de cálculo escritos e calculadoras de bolso.	Ter o conhecimento necessário para poder descrever e gerir situações, resolver problemas; ter desenvolvido a compreensão dos números para abranger números inteiros e racionais em frações e casas decimais; fazer estimativas e cálculos de números em forma decimal, bem como percentagens e proporções em sua cabeça, com a ajuda de métodos de cálculo escritos e ajudas técnicas; ser capaz de usar métodos, sistemas de medição e instrumentos para comparar, estimar e determinar o comprimento.
.	Ser capaz de ler e interpretar dados em tabelas e diagramas, bem como ser capaz de usar algumas coordenadas elementares.	Interpretar, compilar, analisar e avaliar dados em tabelas e diagramas, usar o conceito de probabilidade em situações aleatórias simples; interpretar e usar fórmulas simples, resolver equações simples, bem como ser capaz de interpretar e usar gráficos para funções que descrevem relações e eventos reais.

Fonte: NATIONAL AGENCY FOR EDUCATION (2000). Adaptado pela autora.

### APÊNDICE D - Conteúdos no nível primário: Singapura

Primary one <sup>48</sup>	Primary four	Primary six (foundation)
Números Inteiros (até 100): contar o número de objetos em um dado conjunto. Representação de valor lugar (dezenas e unidades); ler e escrever números em numerais e palavras; comparar o número de objetos e números; números ordinais e símbolos (até o dez).	Números Inteiros (até 100 000) Contar em dezenas e centenas até dezena de milhar; representação de valor lugar (dezenas e centenas); ler e escrever em numerais e em palavras; comparar e ordenar números; padrões em sequencias numéricas; arredondamentos números 10, 100 ou 1000. Uso do símbolo $\approx$	Frações: dividindo uma fração própria por um número inteiro sem calculadora; dividindo um número inteiro / fração própria por uma fração própria sem calculadora; resolução de problemas envolvendo as 4 operações;
Adição e subtração: uso do + e -; relação entre adição e subtração; adicionar e subtrair até 100; adicionar e subtrair usando algoritmos resolução de problemas usando algoritmos; cálculo mental usando adição e subtração até 20.	Fatores, múltiplos e sua relação: determinar se um número de 1 dígito é um fator de um número dado até 100; determinar se um número é múltiplo de outro dado; encontrar fatores comuns de dois números dados; obter e reconhecer múltiplos de um número; obter múltiplos comuns.	Porcentagem: encontrar um todo dado uma parte e a porcentagem; encontrando aumento/diminuição percentual; resolução de problemas envolvendo porcentagem;
Multiplicação e divisão: conceituação, multiplicação até 40; divisão até 20; resolução de problemas de uma única etapa com multiplicação e divisão pictórica;	Frações; números mistos, frações impróprias e a relação entre eles; comparação de frações. Operações com Frações :adicionar e subtrair frações com denominadores diferentes (até dois) e não mais que o denominador 12;	Relação: relação entre fração e razão; resolver problemas envolvendo relação incluindo mudança de relações;
Sistema Monetário: Contando dinheiro de centavos até \$1 e em dólares até \$100; resolução de problemas de uma única etapa envolvendo quantias em dinheiro.	Decimais (até 3 casas decimais). Notação, representações e valor lugar (décimos, centésimos e milésimos); comparação e ordenação de decimais; divisão de inteiros com quociente decimal; conversão de fração para decimal e vice-versa; arredondamento de decimais. Soma e subtração de decimais (até 2 casas decimais)	Distância, tempo e velocidade; Conceitos de distância e velocidade média; relação entre distância, tempo e velocidade, excluindo conversão de unidades; escrevendo velocidade em diferentes unidades, tais como: km/h, m/s e cm/s; Resolução de problemas com até 3 passos envolvendo velocidade e velocidade média.
	Multiplicação e divisão de decimais (até 2 casas decimais) por um número inteiro de 1 dígito, resolução de problemas em 2 etapas, envolvendo as 4 operações com arredondamento de respostas	

Fonte: NATIONAL AGENCY FOR EDUCATION (2000). Adaptado pela autora.

<sup>48</sup> Por serem diferenças poucas de um nível a outro, serão apresentados três níveis não consecutivos.

### APÊNDICE E- Entrevista com as professoras

1) Qual é a sua formação acadêmica?

R:

2) Ser professor é uma profissão que muitas vezes deriva de alguém que nos marcou ou de um facto que decorreu na nossa vida estudantil. Que razões a levaram a ser professora?

R:

3) Há quanto tempo é professora (Educação Infantil /Ensino Fundamental)?

R:

4) Já ensinou em todos os anos de escolaridade do período em que trabalha? Se sim, que diferenças você identifica nesses anos no que se refere ao ensino de Matemática?

R:

5) Em relação aos conteúdos de Matemática, como caracteriza a sua prática de ensino desses conteúdos (recorre às mesmas estratégias independentemente do conteúdo)?

R:

6) Em que conteúdos matemáticos os estudantes (Educação Infantil /Ensino Fundamental) revelam dificuldades? Na sua perspectiva, essas dificuldades se devem a quê?

R:

7) Em relação ao ensino de tópicos de Números e Operações, como costuma abordar (ou relembrar) a construção do Sistema de Numeração Decimal?

R:

8) Como aborda a transição das ordens dos algarismos? E o valor posicional dos algarismos? Que materiais costuma usar nessa abordagem?

R:

9) Que erros são frequentes na aprendizagem dos estudantes com o Sistema de Numeração Decimal?

R:

10) Como avalia as aprendizagens dos estudantes?

R:

11) Em relação à verificação da aprendizagem, que procedimentos utiliza ao perceber a pouca (ou a não) aprendizagem dos conceitos?

R:

## APÊNDICE F - Roteiro de observação-estudante 5º ano – Brasil

5 ANO						
ROTEIRO DE OBSERVAÇÃO						
	1obs	2obs	3obs	4obs	5obs	6obs
O clima de sala de aula favorece a aprendizagem?						
Os estudantes sentam-se em lugares pré-determinados?						
Os estudantes são informados sobre o tema da aula?						
Os estudantes ajudam uns aos outros nas tarefas?						
os estudantes têm oportunidade de perguntar?						
As interações são comuns? Se sim, há de forma geral, ou sempre os mesmos estudantes que se manifestam?						
Os estudantes participam das decisões?						
Esperam a vez para falar?						
Há competitividade entre os estudantes?						
Os estudantes recebem com curiosidade um novo assunto?						
	Todos	a maioria	poucos	nenhum		
A aluno é capaz de ler, escrever e ordenar números naturais até a ordem de dezenas de milhar?						
Demonstra o desenvolvimento de diferentes estratégias de cálculo com números naturais?						
Reconhece sucessor e antecessor de um número?						
Resolve e elabora problemas com números naturais envolvendo adição e subtração?						
Utiliza estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos para a resolução de problemas?						
Utiliza as propriedades das operações para desenvolver estratégias de cálculo?						
Apresenta domínio da tabuada?						
Compõe e decompõe um número?						
Resolve e elabora problemas envolvendo diferentes significados da						

Resolve e elabora problemas de divisão cujo divisor tenha no máximo						
Compreende a representação de uma fração?						
Resolve situações-problema envolvendo as quatro operações e o Sistema Monetário Brasileiro?						
Le, escreve e ordena números naturais até a ordem das centenas de milhar com compreensão das principais características do sistema de numeração decimal?						
Reconhece e trabalha com porcentagens?						
Identifica frações equivalentes?						
Compara e ordena números racionais positivos (representações fracionária e decimal), relacionando-os a pontos na reta numérica?						
Conhece os critérios de divisibilidade?						
Resolve e elabora problemas de adição e subtração com números naturais e com números racionais, cuja representação decimal seja finita?						
Opera a adição e subtração de frações com denominadores diferentes por meio das equivalências?						
Sabe utilizar o ábaco?						
Domina as relações: "múltiplo de"; "divisor de"; "é divisível por"?						
Localiza os números racionais na reta numérica?						

### APÊNDICE G - Roteiro de observação - Professor - 5º ano – Brasil

5 ANO							
PROFESSOR	1 obs	2obs	3obs	4obs	5obs	6obs	7obs
Os objetivos da aula são expostos de forma clara?							
A professora relembra o que foi visto na aula anterior?							
As tarefas da aula anterior são cobradas pela professora?							
As tarefas da aula anterior são corrigidas pela professora?							
A rotina do dia é exposta pela professora?							
A professora contextualiza antes de começar a explicação?							
A professora informa o tema da aula daquele dia?							
A professora deixa claro o tema da aula?							
A professora repete o tema da aula?							
A professora lança desafios?							
A professora aumenta o grau de dificuldade a cada pergunta?							
A professora trabalha um conteúdo diferente caso perceba dificuldades nos estudantes?							
A professora pergunta sobre o que eles pensam /sabem sobre o tema da aula?							
A professora faz mediação com questões direcionadas a alunos específicos?							
As atividades propostas pela professora cabem no tempo da aula?							
A professora promove interação entre os estudantes?							
A professora lança questões desafiadoras?							
Sempre que possível a professora devolve a pergunta com outra pergunta?							
A professora, sempre que possível, estimula o questionamento?							
A professora procura colocar mais questões do que respostas?							
O professor aguarda os alunos terminarem o raciocínio?							

A professora relembra as regras de sala de aula?							
A professora cobra o respeito às regras estabelecidas?							
A professora demonstra ansiedade para dar as respostas finais, impedindo a evolução do pensamento?							
A professora demonstra entusiasmo?							
A professora propicia um clima colaborativo em sala de aula?							
A mediação do professor, durante a aula, leva o estudante a construir saberes?							
As respostas do professor são prontas ou ele as devolve com alguma outra pergunta?							
Suas estratégias didáticas atendem às diferentes necessidades dentro da mesma turma?							
O professor lança questões para serem respondidas em sala? Se sim, como reage às respostas?							
Utiliza material manipulativo?							
A professora utiliza a mídia de forma contextualizada?							
A professora faz (sempre que possível) referência do tema trabalhado ao cotidiano do aluno?							
Utiliza os meios de comunicação para relacionar a Matemática com os conteúdos trabalhados naquele momento?							
A professora utiliza o computador (em sala) para alguma atividade de cunho pedagógico?							

**APÊNDICE H - Avaliação diagnóstica no Brasil: 2º ano**

SONDAGEM: 2 ANO

IDADE: DATA:

1- NO PRIMEIRO QUADRO TEMOS 3 OBJETOS. PREENCHA OS PRÓXIMOS QUADROS COLOCANDO ESTES MESMOS OBJETOS, PORÉM, TROCANDO DE LUGAR.

2- CONTE QUANTAS PETECAS E BOLAS HÁ NO QUADRO E DESCUBRA A FAMÍLIA DO NUMERAL 5, PREENCHENDO OS PONTILHADOS DE ACORDO COM O MODELO:

		
 	3	+ 2 = 5
 	.....	+ ..... = .....
 	.....	+ ..... = .....
 	1	+ ..... = .....
 	.....	+ ..... = .....
 	.....	+ ..... = .....

3- COMPLETE AS SEQUÊNCIAS DE NÚMEROS ABAIXO COFORME O MODELO:

1	2	3	4			
12	11	10				
3	6	9				

4- JOÃO ESTÁ MONTANDO O UNIFORME DO SEU TIME "ARRANCA TOCO". PARA MONTAR O UNIFORME ELE PODE ESCOLHER UMA DAS TRÊS CAMISAS E UM DOS SHORTS MOSTRADOS A SEGUIR. VAMOS AJUDAR JOÃO A FORMAR UM

UNIFORME QUE REPRESENTE BEM O SEU TIME. PARA ISSO, LIGUE AS CAMISAS COM OS SHORTS, E FORME TODOS OS UNIFORMES POSSÍVEIS.



REGISTRE AQUI QUANTOS UNIFORMES VOCÊ CONSEGUIU FORMAR.

---

5- QUEBRA CUCA!!!!

OS 4 AMIGOS DE LUIZA FORAM À SUA CASA PARA LANCHAR. CADA UM DELES LEVOU UM SALGADO E UM SUCO E COLOCOU EM CIMA DA MESA. AO TODO FICARAM 8 SALGADOS E 9 SUCOS PARA LANCHAR. DIGA QUANTOS SUCOS E QUANTOS SALGADOS JÁ ESTAVAM NA MESA ANTES DA CHEGADA DOS AMIGOS DE LUIZA?

RESPOSTA:

6- PAULA TINHA ALGUNS COLARES NO PESCOÇO. ELA TIROU 4 COLARES E FICOU COM 3 RESPONDA ENTÃO:

QUANTOS COLARES ELA TINHA NO COMEÇO?

7-OBSERVE O QUADRINHO E RESPONDA:

**ANTECESSOR DE UM NÚMERO**



CIRCULE O ANTECESSOR DE CADA UM DOS NÚMEROS DA TABELA:

Número	Antecessor		
5	3	6	4
10	9	11	12
22	23	21	25
54	52	51	53
102	103	101	100
98	99	96	97

8- A SEGUIR, CADA SOMA EQUIVALE A UMA LETRA. SOME E PREENCHA OS ESPAÇOS VAZIOS PARA FORMAR A PALAVRA.

A	$9+71$		S	$36-6$		O	$13+27$	
G	$42+8$		M	$63+7$		I	$35+25$	
E	$16+16$		P	$27-16$		J	$18+17$	

80	70	60	50	40	30
_____	_____	_____	_____	_____	_____

AGORA RESPONDA:

QUE PALAVRA VOCÊ FORMOU? \_\_\_\_\_

9- RAQUEL FEZ COMPRAS NO SUPERMERCADO "BEM BARATO" E COMPROU:

SEGUNDA-FEIRA	SEXTA FEIRA
1 QUILO DE BATATA 1 LITRO DE LEITE 1 PACOTE DE BOLACHA	1 QUILO DE CARNE 2 DÚZIAS DE OVOS 1 QUILO DE SABÃO EM PÓ



ESCREVA QUANTO VOCÊ IMAGINA QUE RAQUEL GASTOU NAS COMPRAS REALIZADAS NA SEGUNDA-FEIRA E NA SEXTA-FEIRA E LIGUE COM OS VALORES QUE ESTÃO AO LADO.

10-A PROFESSORA MÔNICA FEZ UMA PESQUISA COM OS ALUNOS DO 2º ANO PARA SABER QUAL ERA A COMIDA PREFERIDA DELES .ELA MONTOU O GRÁFICO ABAIXO CONFORME A PREFERÊNCIA DOS ALUNOS ;

COMIDA PREFERIDA DOS ALUNOS DO 2º ANO:



AGORA RESPONDA:

- a) QUAL FOI A COMIDA PREFERIDA DA TURMA? \_\_\_\_\_
- b) OS ALUNOS PREFEREM MACARRÃO OU ARROZ? \_\_\_\_\_
- c) QUANTOS ALUNOS PREFEREM SALADA?

## APÊNDICE I - Avaliação diagnóstica no Brasil: 5º ano

SONDAGEM:

5 ANO

Idade:

Sexo:

Data:

1-De acordo com o placar indicado no painel a seguir, responda as perguntas abaixo:



[www.google.com.br/imagens](http://www.google.com.br/imagens)

- Que time está perdendo? O time local ou o visitante? \_\_\_\_\_
- Qual a diferença de pontos entre os times? \_\_\_\_\_
- Quantos pontos faltam para o time visitante fazer uma centena de pontos? \_\_\_\_\_
- O número de faltas cometidas pelos dois times ultrapassa uma dezena? \_\_\_\_\_

2-Observe a tabela abaixo e complete com verdadeiro(V) ou falso(F):

1							
1/2				1/2			
1/4		1/4		1/4		1/4	
1/8	1/8	1/8	1/8	1/8	1/8	1/8	1/8

- Para formar 1 inteiro são necessários 4 quartos.
- A fração  $\frac{1}{2}$  é equivalente a fração  $\frac{4}{8}$ .
- A fração  $\frac{2}{4}$  é maior que a fração  $\frac{3}{8}$ .
- Quanto maior o algarismo do denominador, maior é a fração.

3- João tem um saco com 80 bolinhas de gude. Thales possui um saco de 30 bolinhas e dois sacos de 25 bolinhas. Complete:

a) João tem \_\_\_\_\_ bolinhas de gude.

b) Thales tem \_\_\_\_\_ bolinhas de gude.

c) Logo, João e Thales têm ao todo \_\_\_\_\_ bolinhas de gude.

4- Rafael está brincando com seu amigo Rodrigo e pede para ele adivinhar qual é o número cuja decomposição é: 5 centenas de milhar, 7 dezenas de milhar, 1 unidade de milhar, 8 centenas, 2 dezenas e 3 unidades. Que número é esse? Complete a tabela com os algarismos:

Resposta:

--	--	--	--	--	--

5- Na escola de Márcia e Lisani haverá uma série de exposições que terão como título "Conhecendo nosso país". Para a produção dessas exposições, os alunos foram separados em dois grupos, de acordo com a idade e a escolha do ponto turístico, para buscar informações: mapas, fotografias, vídeos e objetos típicos. Na tabela abaixo vemos as porcentagens resultantes das escolhas dos alunos:

	Grupo A (6 a 8 anos)	Grupo B (9 a 12 anos)
Número de alunos	160	120
Salvador	10%	10%
Rio de Janeiro	30%	40%
Olinda	25%	35%
Florianópolis	35%	15%

De acordo com os dados da tabela, responda as seguintes perguntas:

a) Quantos alunos entre 6 e 8 anos preferiram trazer informações sobre a cidade de Olinda?

Resposta:

b) Quantos estudantes da escola se encarregaram da exposição dedicada ao Rio de Janeiro?

c) Resposta:

d) Quantos alunos entre 9 a 12 anos preferiram trazer informações sobre a cidade de Florianópolis?

Resposta:

6-Lucas foi à casa de seus amigos para entregar o convite de seu aniversário. Ele seguiu a ordem crescente dos números das casas para entregar os convites, ou seja, do menor para o maior número. Preencha as "casas" com os números abaixo em ordem crescente.

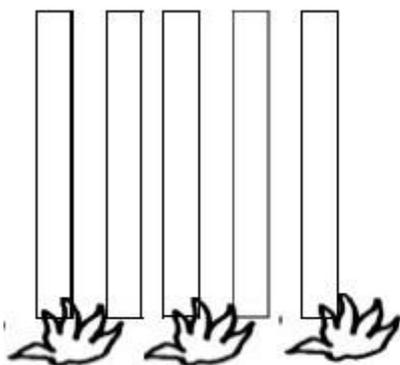
808, 812, 1006, 810



7-Luiza ganhou doze galinhas. Ela foi fazer uma cerca para que elas não fugissem do quintal. Usou cinco pedaços de madeira (como no desenho abaixo). As danadas das galinhas fugiram entre as madeiras. Luiza conseguiu então mais quatro pedaços de madeira de igual tamanho aos que ela tinha. Pense no problema de Luiza e responda:

a) Como você colocaria os quatro pedaços de madeira para dificultar a saída das galinhas? Desenhe.

b) Se Luiza pregasse um prego em cada encontro de pedaço de madeira, quantos pregos seriam necessários? Desenhe.



8-Complete com o número adequado:

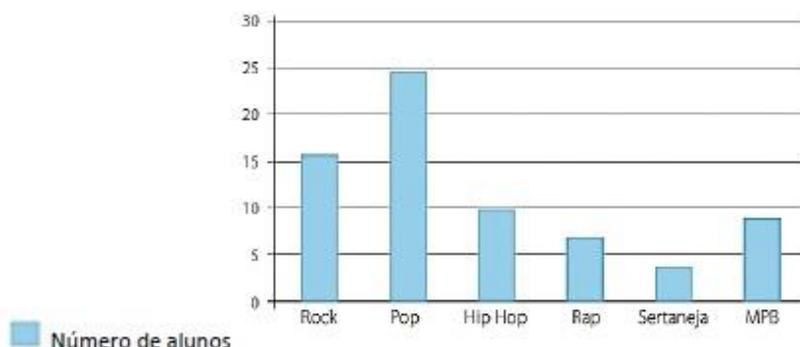
a)  $1\ 967 = \underline{\hspace{2cm}} + 900 + \underline{\hspace{1cm}} + 7$

b)  $23\ 325 = 20\ 000 + \underline{\hspace{2cm}} + 300 + \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}}$

c)  $\underline{\hspace{2cm}} = 60\ 000 + 2\ 000 + 400 + 30 + 8$

9-A professora Luciana, de Matemática, resolveu fazer um levantamento sobre a preferência musical dos alunos dos 5 anos A,B e C. O gráfico abaixo mostra o resultado obtido por ela:

Preferência musical dos alunos dos 5 anos A,B e C.



Fonte: <https://bellcardozo.blogspot.com.br/2016/01/atividades-com-graficos-5-ano.html>

Com base no gráfico, responda:

- a) Qual o estilo musical preferido dos alunos dos 5 anos? \_\_\_\_\_
- b) O estilo Hip Hop é preferido por mais ou menos que 10 alunos? \_\_\_\_\_
- c) Se somarmos as preferências de estilos Sertaneja e Rap, alcançará os que preferem Rock? \_\_\_\_\_

10-Observe a ilustração abaixo que apresenta cédulas do nosso sistema monetário.



- a) Para comprar um brinquedo que custa R\$35,00, quantas e quais cédulas poderão ser utilizadas?  
Resposta:
- b) Qual o valor total que está representado no quadro acima?  
Resposta:
- c) Com o total da quantia acima é possível comprar um eletrodoméstico que custa R\$135,50? Se a resposta for sim, quanto haverá de troco?  
Resposta:

## APÊNDICE J - Avaliação diagnóstica no Brasil: 9º ano

### ATIVIDADES

9 ANO

Nome:

Idade:

1-As placas dos automóveis no Brasil são formadas por algarismos e letras, sendo ao todo, quatro algarismos e três letras. Considere os algarismos 2,4,8 e 9.



Responda:

- Qual é o maior número que se pode escrever, usando estes algarismos, sem repeti-los?
- Quantos e quais números pares podem ser formados?
- Quantos números ímpares é possível formar?

2-Em um jogo de basquete, para cada 5 arremessos, Kevin Durant acertou 3. Se ele fez 30 arremessos, quantos arremessos ao todo ele acertou?

Resposta:



3-Um número real é tal que o dobro do seu quadrado é 18. Qual é o número real?

Resposta:

4- Paguei R\$80,00 por um par de chuteiras e uma bola. Se eu tivesse pago a quantia de R\$10,00 a menos pelo par de chuteiras, e R\$8,00 a mais pela bola, seus preços teriam sido iguais. Assinale a alternativa correta que melhor traduz o problema de sistema de equações do 1º grau.

a)  $( \quad ) \begin{cases} x - y = 80 \\ x - 10 = y + 8 \end{cases}$

b)  $( \quad ) \begin{cases} x + y = 80 \\ x + 8 = y - 10 \end{cases}$

b)  $( \quad ) \begin{cases} x + y = 80 \\ 8x + 10y = 80 \end{cases}$

d)  $( \quad ) \begin{cases} x + y = 80 \\ x - 8 = y - 10 \end{cases}$

Em seguida obtenha o valor de  $x$  e  $y$ .

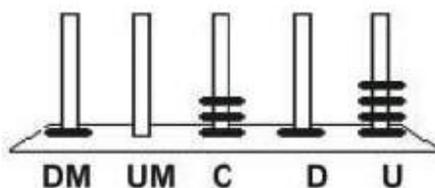
5-Veja o anúncio desse produto:



Na oferta anunciada acima, em reais (R\$) o valor do desconto da mochila foi de R\$30,00. Quanto equivale o desconto em porcentagem?

**Resposta:**

6-No ábaco abaixo Juan representou um número.



Qual foi o número representado por Juan?(Assinale a alternativa correta)

- a) ( ) 4.311      b)( ) 1314      c)( ) 41.301      d)( ) 10.314

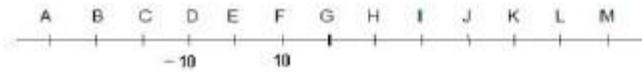
7-Complete a tabela de acordo com os dados já inseridos e depois responda:

Laranjas(em dúzias)	Preço (em R\$)
1	
2	3,00
3	
4	6,00
7	
	15,00

a)Obtenha o quociente entre os valores correspondentes às grandezas(preço e quantidade) e compare-as. O que você observou com relação às suas respostas?

**Resposta:**

8-Na reta numérica da figura abaixo, o ponto D corresponde a abscissa -10 e o ponto F corresponde a abscissa 10.



Nessa reta, os pontos que correspondem às abscissas 50 e -30 são respectivamente: (Assinale a alternativa correta)

- ( ) J e H                      ( ) H e J                      ( ) B e A                      ( ) J e B

9- Observe o gráfico abaixo e responda as seguintes questões.

#### O MERCADO DO CINEMA NO BRASIL

(Fonte: <http://www.ie.ufrj.br/datacenter/ie/pdfs/seminarios/pesquisa/texto04112.pdf>)

O cinema perdeu espaço desde a década de 1970, tanto no Brasil como no resto do mundo, em função do aparecimento de formas alternativas de entretenimento. Dentre estas formas destacam-se outros suportes para a exibição de filmes – o maior número de canais de TV aberta e fechada, o VHS e o DVD. O que se observa não é uma queda no público para filmes, e sim para as salas de cinema.



Fonte: Dados Filme B, nossa elaboração.

- a) Em que ano foi registrado o maior número de espectadores nos cinemas brasileiros, entre o período de 1997 e 2007? E qual o número aproximadamente?

Resposta:

- b) Qual foi o ano de maior público no cinema registrado no gráfico acima? Esse número totaliza aproximadamente quantas pessoas?

Resposta:

c) Em qual década houve maior procura pelos cinemas no Brasil?

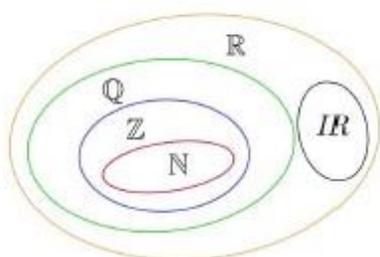
Resposta:

10- Qual é o valor posicional do algarismo 2 no número 21.396?

Resposta:

11-São dados os números abaixo: 2, 3, -2,  $-3\frac{2}{3}$ ,  $-\frac{2}{3}$ ,  $\sqrt{3}$ ,  $-\sqrt{25}$ . Coloque-os nos conjuntos dispostos no diagrama, lembrando que:

- N: Conjunto dos números Naturais
- Z: Conjunto dos números Inteiros
- Q: Conjunto dos números Racionais
- R: Conjunto dos números Reais
- IR: Conjunto dos números Irracionais



12- Obtenha as somas dos números representados pelo material dourado:  
( Registre seus cálculos no espaço ao lado das figuras)

	+		=	
	+		=	
	+		=	

## APÊNDICE K - Avaliação diagnóstica em Portugal: 4º ano

**Teste de Diagnóstico**                      **4.º Ano**                      **Idade:** \_\_\_\_\_                      **Data:** \_\_\_\_\_

1. A seguinte figura apresenta informação de um jogo. De acordo com essa informação responda às questões colocadas em baixo:



- a) Que equipa está perdendo, a equipa local ou o visitante? \_\_\_\_\_
  - b) Qual é a diferença de pontos entre as equipas? \_\_\_\_\_
  - c) Quantos pontos faltam para a equipa visitante fazer uma centena de pontos? \_\_\_\_\_
  - d) O número de faltas cometidas pelas duas equipas no total ultrapassa uma dezena? \_\_\_\_\_
2. Observe a tabela abaixo e complete com verdadeiro (V) ou falso(F):

				1			
		1/2				1/2	
1/4		1/4		1/4		1/4	
1/8	1/8	1/8	1/8	1/8	1/8	1/8	1/8

- a) Para formar 1 inteiro são necessários 4 quartos. ( )
  - b) A fração  $\frac{1}{2}$  é equivalente à fração  $\frac{4}{8}$ . ( )
  - c) A fração  $\frac{2}{4}$  é maior que a fração  $\frac{3}{8}$ . ( )
  - d) Quanto maior for o algarismo do denominador, maior é a fração. ( )
3. O João tem um saco com 8 dezenas de berlindes. O Thales possui um saco de 30 berlindes e mais dois sacos de 20 berlindes cada um deles. Complete as seguintes frases:
- a) O João tem \_\_\_\_\_ berlindes.
  - b) O Thales tem \_\_\_\_\_ berlindes.
  - c) O João e o Thales têm ao todo \_\_\_\_\_ berlindes.
4. O Rafael está brincando com o seu amigo Rodrigo e pediu-lhe para adivinhar qual é o número cuja decomposição é: 5 centenas de milhar, 7 dezenas de milhar, 1 unidade de milhar, 8 centenas, 2 dezenas e 3 unidades. Que número é esse? Complete a tabela com os algarismos:

--	--	--	--	--	--	--	--

5. A escola de Márcia e de Lisani vai organizar uma série de exposições com o título “Conhecendo o nosso país”. Para a produção dessas exposições, os alunos foram separados em dois grupos, de acordo com a idade e a escolha do ponto turístico, para buscar informações: mapas, fotografias, vídeos e objetos típicos. A tabela abaixo apresenta as percentagens resultantes das escolhas dos alunos:

	Grupo A (6 a 8 anos)	Grupo B (9 a 12 anos)
Número de alunos	160	120
Braga	10%	10%
Óbidos	30%	40%
Lisboa	25%	35%
Porto	35%	15%

De acordo com os dados da tabela, responda as seguintes perguntas:

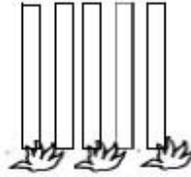
- a) Quantos alunos entre os 6 e os 8 anos preferiram trazer informações sobre Óbidos? \_\_\_\_\_
- b) Quantos estudantes da escola se encarregaram da exposição dedicada a Lisboa? \_\_\_\_\_
- c) Quantos alunos entre 9 a 12 anos preferiram trazer informações sobre a cidade de Braga? \_\_\_\_\_

6. Lucas foi à casa de seus amigos para entregar o convite de seu aniversário. Ele seguiu a ordem crescente dos números das casas para entregar os convites. Preencha as “casas” com os números em ordem crescente: 808, 812, 1006, 809



7. Luiza ganhou doze galinhas. Quando chegou a casa fez uma cerca para que as galinhas não fugissem do quintal. Na construção da cerca usou cinco ripas de madeira (como no desenho abaixo). Como as galinhas fugiram entre as ripas de madeira, Luiza procurou mais quatro ripas de madeira de igual tamanho às que já tinha espetado no chão.

- a) Como colocar as quatro ripas de madeira para dificultar a saída das galinhas? (Sugestão: Pode desenhar na seguinte figura)

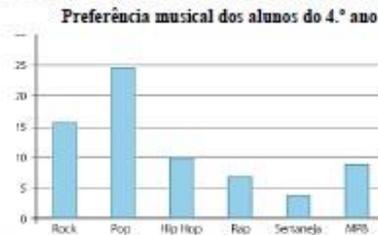


- b) Se Luiza pregasse um prego em cada encontro de ripa de madeira, quantos pregos seriam necessários? \_\_\_\_\_

8. Complete com o número adequado:

- a)  $1\ 967 = \underline{\hspace{2cm}} + 900 + \underline{\hspace{2cm}} + 7$   
 b)  $23\ 325 = 20\ 000 + \underline{\hspace{2cm}} + 300 + \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}$   
 c)  $\underline{\hspace{2cm}} = 60\ 000 + 2\ 000 + 400 + 30 + 8$

9. A professora Luciana, de Matemática, resolveu fazer um levantamento sobre a preferência musical dos alunos do 4.º ano (Turmas A, B e C). O gráfico abaixo mostra o resultado obtido por ela:



(Fonte: <https://belcardozo.blogspot.com.br/2016/01/atividades-com-graficos-5-ano.html>)

Com base na interpretação da informação do gráfico, responda às seguintes questões:

- a) Qual o estilo musical preferido dos alunos do 4.º ano? \_\_\_\_\_  
 b) O estilo Hip Hop é preferido por mais ou menos do que 10 alunos? \_\_\_\_\_  
 c) A soma das preferências de estilos Sertaneja e Rap é igual aos que preferem Rock? \_\_\_\_\_

10. A ilustração em abaixo apresenta moedas e notas do nosso sistema monetário.



- a) Qual o valor total que está representado no quadro acima? \_\_\_\_\_
- b) Para comprar um brinquedo que custa € 55, indica três possibilidades diferentes de pagar com as notas e as moedas apresentadas na figura?
- c) Com o total da quantia acima é possível comprar um eletrodoméstico que custa €389,50? Se a resposta for sim, quanto haverá de troco?

## APÊNDICE L - Intervenção no Brasil

5º ano:

Sorocaba, 20 de agosto de 2018.

### ATIVIDADE 1: Jogo do Nunca Dois

Objetivos: Apresentar outras possibilidades de trocas, com diferentes bases. Mostrar que as trocas podem ser feitas em outras bases, além da base mais comum, chamada base 10.

Modo de jogar: Para promover a interação, as estratégias de trocas devem ser discutidas entre duplas.

Nunca dois palitos da mesma cor devem ficar juntos. Cada 2 palitos amarelos são trocados por um vermelho; 2 canudos vermelhos são trocados por um verde e cada 2 verdes são trocados por um azul.

Ordem dos palitos:

1º Brancos: representam a unidade:  $2^0$

2º Amarelo: representam a quantidade dois:  $2^1$

3º Vermelho :representam a quantidade quatro: $2^2$

4º Verde: representam a quantidade oito: $2^3$

5º Azul :representam a quantidade dezesseis: $2^4$

Assim, o número  $(23)_{10}$ , é representado  $(10111)_2$ . Pois  $10111=1x2^4+0x2^3+1x2^2+1x2^1+1x2^0$

$$23=2x10^1+3x10^0$$

Pede-se então que os grupos representem na base 2 os seguintes números:

18, 27, 33, 45, 7, 10, 32

Nessa atividade não há jogador, trata-se de uma atividade exploratória. Os alunos devem registrar numa folha as novas formas de representar os algarismos já conhecidos na base 10.

A título de curiosidade, a atividade pode ser complementada com o fato de que os computadores trabalham internamente com dois níveis de tensão (aceso, apagado). Em computação, chama-se um dígito binário (0 ou 1) de bit, que vem do inglês, Binary Digit.

## ATIVIDADE 2: Partes do dez

Chamamos de frações decimais àquelas frações que possuem denominador iguala 10, 100, 1000, ....

As frações decimais podem também ser representadas por números decimais.

Fração Decimal	Número decimal	Leitura
$5/10$	0,5	Cinco décimos
$2/100$	0,02	Dois centésimos

Regra do jogo: Cada equipe de três estudantes vai receber uma figura que poderá ser dividida em 10 partes.

Obtenha o que se pede, discutindo com sua equipe as estratégias necessárias:

- a)  $7/10$
- b)  $3/10$
- c) Junte  $3/10 + 7/10$ . O que o grupo observou?
- d) Obter  $1/5$
- e) Obter  $2/20$
- f) O que observa-se de  $1/5$  e  $2/10$ ?
- g) Qual é a fração que representa a parte inteira?
- h) Obtenha diferentes somas de frações que resultem na parte inteira.
- i) Existe, na sua figura uma fração equivalente à:  $2/4$ ?
- j) Existe, na sua figura uma fração equivalente à:  $2/4$ ?
- k) Existe uma maneira de representar a fração  $2/5$ ? E a  $4/10$ ?
- l) Existe, na sua figura uma fração equivalente à:  $3/6$ ?
- m) O número decimal 1, 2 pode ser representado na sua figura? Se sim, represente-a; se não, o que seria necessário para representá-la?

## ATIVIDADE 3: Numerais “Vivos”

Objetivos: Promover a socialização, a troca de ideias e busca de estratégias que satisfaçam os requisitos do jogo.

- Organizar e escrever números de acordo com as cartelas que recebem, identificando regularidades e regras do Sistema de Numeração Decimal.

- Formular hipóteses sobre a grandeza numérica, pela identificação da quantidade de algarismos e da posição ocupada por eles na escrita numérica.
- Comparar, ordenar, interpretar e ler as escritas numéricas.

Modo de jogar: dividir a turma em grupos de quatro alunos e distribuir fichas contendo diversos algarismos. Cada grupo de 4 recebe os mesmos 4 algarismos (Incluir o zero). A cada rodada, após a distribuição dos números, a professora enuncia os critérios:

Rodada 1: Cada grupo deve formar o maior número possível. (Por exemplo: com as fichas: 2,3,50).

Rodada 2: Cada grupo deve formar o número que seja par, e tenha zero na casa das centenas. (Por exemplo: com as fichas: 7,8,30).

Rodada 3: Cada grupo deve formar o menor número possível., tendo um número ímpar na casa das centenas. (Por exemplo: com as fichas: 2,3,10).

Rodada 4: Cada grupo deverá formar um número que contenha um algarismo ímpar na unidade de milhar.

Rodada 5: O algarismo da ordem da centena é a metade do algarismo da dezena.

Rodada 6: O algarismo da ordem da centena deverá ser o resto da divisão de 111 por 3.

Cada grupo deverá se organizar, e quando tiver pronto, dizer: AQUI!! Quando solicitado, um orador do grupo deverá ler o número em voz alta.

Ganha a equipe que mais rápido se organizar e souber ler corretamente o número que formou.

Em seguida um elemento do grupo registra os números, numa tabela.

Rodadas/fichas	Registro:
Rodada 1 Fichas:	
Rodada 2 Fichas:	
Rodada 3 Fichas:	
Rodada 4 Fichas:	
Rodada5 Fichas:	

## APÊNDICE M - Intervenção em Portugal

Braga, 14 de janeiro de 2019.

EB1 de Nogueira

Prof<sup>a</sup>: Maria José

4º ano /Duração: 60 minutos

### ATIVIDADE 1: NUMERAIS “VIVOS”

Objetivos: Promover a socialização, a troca de ideias e busca de estratégias que satisfaçam os requisitos do jogo.

Organizar e escrever números de acordo com as cartelas que recebem, identificando regularidades e regras do Sistema de Numeração Decimal.

Formular hipóteses sobre a grandeza numérica, pela identificação da quantidade de algarismos e da posição ocupada por eles na escrita numérica.

-Comparar, ordenar, interpretar e ler as escritas numéricas.

Organização da turma: Cada grupo deverá escolher, a cada rodada, um orador. Cada vez que a equipe estiver pronta, dizer: AQUI! Quando solicitado, um orador do grupo deverá ler o número em voz alta. Ganha a equipe que mais rápido se organizar e souber ler corretamente o número que formou. Os registros deverão ser feitos em uma folha de sulfite, com o nome do grupo.

Modo de jogar: Dividir a turma em quatro grupos e distribuir fichas contendo algarismos de zero a nove.

A atividade se inicia com o comando de retirar cartelas específicas, escolhidas pela professora. Estando todos os grupos com as cartelas na mão, a professora enuncia os critérios:

Rodada 1 :Com as fichas 2,3,5,0, cada grupo deve formar o maior número possível e que seja par.

Rodada 2: Com as fichas 7,8,0,3, cada grupo deve formar um número ímpar, tenha zero na casa das centenas e que seja o menor possível.

Rodada 3: Com as fichas 2,3,4,6,9, cada grupo deve formar um número que seja o maior possível, onde o algarismo da unidade de milhar seja a metade do algarismo da dezena.

Rodada 4:Com as fichas 1,0,6,5, obter um número até a centena e que seja par.

Rodada 5:Formar com as fichas que possuem, o número composto da seguinte forma:

5.000.000+700.000+40.000+8.000+600+3

Rodada 6: Cada grupo deve inventar um desafio para os seus colegas.

Cada grupo deverá se organizar, e quando tiver pronto, dizer: AQUI!! Quando solicitado, um orador do grupo deverá ler o número em voz alta.

Não se trata propriamente de uma competição, mas de saber organizar o grupo a formar o número sendo observados os critérios, observando os demais grupos e comparando com o seu.

## ATIVIDADE 2: JOGO DO NUNCA TRÊS

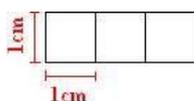
Objetivos: Apresentar outras possibilidades de trocas, com diferentes bases. Mostrar que as trocas podem ser feitas em outras bases, além da base mais comum, chamada base 10. Salientar que na base 10, utilizamos os algarismos de zero a nove, logo, na base três, usamos de zero a dois.

Modo de jogar: Para promover a interação, as estratégias de trocas devem ser discutidas entre duplas.

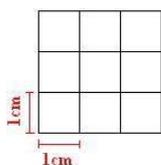
O Kit para atividades da base 3, será composto por :27 quadrados pequenos:



9 retângulos de 1cm por 3 cm



3 quadrados de 3cm por 3 cm



A regra básica é sempre trocar três quadrados pequenos por um retângulo e ainda, três retângulos por um quadrado maior.

Assim, o número  $(23)_{10}$ , é representado  $(212)_3$ . Pois  $212 = 2 \times 3^2 + 1 \times 3^1 + 2 \times 3^0$

Feitas as explicações, propor que os alunos representem na base três, os seguintes números da base dez: 18, 25, 33, 44, 7, 10, 32, 50.

Se sobrar tempo, deixar que os alunos escolham quaisquer números para representar em outra base. Nessa atividade não há jogador, trata-se de uma atividade exploratória. Os

alunos devem registrar numa folha as novas formas de representar os algarismos já conhecidos na base 10.

## **APÊNDICE N - Atividades da intervenção Nunca Dois**

Na atividade intitulada “Numerais Vivos”, as equipes recebiam placas (números de zero a dez), e conforme a orientação, os estudantes compunham o número, mediante alguns critérios, como por exemplo: “Cada grupo deve formar o maior número possível.(Por exemplo: com as fichas: 2,3,50)”.Os estudantes então se reuniam e formavam o número com as fichas escolhidas para aquela rodada. Nesse momento era bem “agitado”, pois discutiam, trocavam de lugar (a cada ficha um aluno segurava), até que finalizavam e levantavam o braço, alegando estarem prontos. Quando as equipes estivessem todas prontas, discutiam-se as escolhas, qual certa, qual errada e o porquê estariam certas ou erradas.

A terceira atividade, chamada “Jogo do Nunca 2”, era parecida com o jogo do “Nunca Dez”, já conhecido por eles.

### APÊNDICE O - Observação das avaliações diagnósticas 5º ano: Brasil

Questão/Tema /Descritores	Observação
1- Coleta e Interpretação de dados, comparação de números, soma e subtração. (D13). (D17), (D19)	A relação parte/todo foi a que apresentou mais dificuldades: 10 erros.
2-Fração nas suas diferentes representações. (D21), (D24)	Não há o domínio deste tema, sore as diferentes representações de uma fração.
3- Interpretação de texto, adição. Uso do conectivo “e” como agrupamento de parcelas. (D17), (D18) (D19)	Trabalhar com agrupamentos através do “e”, com a multiplicação prioritária em relação à adição, não foi totalmente compreendido.
4-Ordens numéricas. (D15)	Os estudantes dominam a disposição dos algarismos nas diferentes em ordens.
5-Porcentagens. Interpretação de dados em uma tabela. (D26)	Os estudantes não sabem porcentagem. Coletar e interpretar dados da tabela, boa parte fez. O cálculo de porcentagens não está dominado.
6- Ordenar algarismos em ordem crescente. (D19)	A maioria domina a relação de ordem nos naturais até a casa do milhar.
7- Estratégias de resolução de problemas (D20)	A maioria possui o domínio de estratégia de resolução de problemas. A partir da disposição das madeiras, os pregos foram contados.
8-Composição e Decomposição numérica: padrão de relação: unidades, dezenas, centenas e milhar. (D16)	Há o domínio das classes e ordens, pela maioria. Conhecem o caráter aditivo do SND, bem como o valor posicional com o zero.
9-Interpretação gráfica (D23)	A maioria é capaz de interpretar os dados apresentados no gráfico. Porém, não conseguiram interpretar e comparar dados do gráfico.
10- Reconhecimento de cédulas: sistema monetário nacional (D23)	Os estudantes demonstram ter familiaridade com cédulas que circulam no Brasil, porém as diferentes estratégias não foram exploradas.

**APÊNDICE P - Observação das avaliações diagnósticas 4º ano. Portugal**

Questão/Tema /Descritores	Observação
1- Coleta e Interpretação de dados, comparação de números, soma e subtração. (D13). (D17), (D19)	A relação parte/todo foi o tema que apresentou mais dificuldades: 5 erros.
2-Fração nas suas diferentes representações. (D21), (D24)	Os erros nas questões revelam dificuldade neste tema.
3- Interpretação de texto, adição. Uso do conectivo “e” como agrupamento de parcelas. (D17), (D18) (D19)	O conceito do sentido de agrupamento está dominado. Agrupamentos através do “e”, com a multiplicação prioritária em relação à adição, não foi totalmente compreendido.
4-Ordens numéricas. (D15)	Os estudantes dominam a disposição dos algarismos nas diferentes em ordens.
5- Porcentagens. Interpretação de dados em uma tabela. (D26)	Os estudantes não sabem porcentagem. Coletar e interpretar dados da tabela, boa parte fez. O cálculo de porcentagens não está dominado.
6- Ordenar algarismos em ordem crescente. (D19)	Verifica-se que a maioria domina a relação de ordem nos naturais, até a casa do milhar.
7- Estratégias de resolução de problemas (D20)	A maioria possui o domínio de estratégia de resolução de problemas. A partir da disposição das madeiras, os pregos foram contados.
8- Composição e Decomposição numérica: padrão de relação: unidades, dezenas, centenas e milhar. (D16)	Há o domínio das classes e ordens, pela maioria. Conhecem o caráter aditivo do SND, bem como o valor posicional com o zero.
9- Interpretação gráfica (D23)	A maioria interpreta os dados apresentados no gráfico, mas apresentaram dificuldades no momento de comparar as quantidades.
10- Reconhecimento de cédulas: sistema monetário nacional (D23)	A questão demonstra familiaridade com cédulas que circulam em Portugal, porém as diferentes estratégias não foram exploradas.

### APÊNDICE Q - Observação das avaliações diagnósticas 9º ano: Brasil

Questão/Tema Descritores	
1- Raciocínio lógico; valor posicional; números pares e ímpares. (D16)	A maioria é capaz de organizar os algarismos (4 dígitos) de modo a formar o maior possível.
2-Regra de três: proporcionalidade. (D26)	Possuem o domínio de proporção. As formas de calcular foram diversas, sem a necessidade de armar o algoritmo.
3- Raciocínio lógico; equação incompleta de segundo grau. (D34)	Não dominam situações montar equação envolvendo números.
4- Interpretação de texto; sistemas de equações lineares.	A minoria conseguiu resolver o problema; este tema já visto em séries anteriores.
5- Regra de três e porcentagem. (D28)	Muitas questões erradas e em branco.
6- Sistemas de numeração decimal	Identificar ordens e classes: a maioria domina
7-Proporcionalidade; relação entre grandezas. (D26)	Interpretação e a relação entre as duas colunas da tabela.
8-Reta numerada. relação de ordem nos números reais	Domínio em relação à disposição em ordem crescente na reta numerada.
9-Interpretação de texto. Análise de gráfico	A maioria não domina análise de gráficos: leitura e interpretação.
10-Valor posicional; SND	A maioria conhece valor posicional do algarismo dentro de um número.
11-Conjuntos Numéricos: relação de inclusão	A maioria desconhece os diferentes conjuntos numéricos.
12-SND.Material dourado.	Estudantes possuem familiaridade com as representações da base 10 através do material dourado.

**APÊNDICE R - Observação das avaliações diagnósticas 9º ano: Portugal**

Questão/Tema /Descritores	Observação
1- Raciocínio lógico; valor posicional; números pares e ímpares.	A maioria é capaz de organizar os algarismos (4 dígitos) de modo a formar o maior possível.
2-Regra de três: proporcionalidade	Possuem o domínio de proporção. apresentaram diversas formas de calcular, sem a necessidade de armar o algoritmo.
3- Raciocínio lógico; equação incompleta de segundo grau.	Não dominam situações montar equação envolvendo números.
4- Interpretação de texto; sistemas de equações lineares.	A minoria conseguiu resolver o problema; este tema já visto em séries anteriores.
5- Regra de três e porcentagem.	Muitas questões sem o cálculo. Subtraíram ao invés da regra de três.
6-SND	Identificar ordens e classes: a maioria domina. Uso do ábaco.
7- Proporcionalidade; relação entre grandezas.	Interpretação e a relação entre as duas colunas da tabela.
8- Reta numerada. relação de ordem nos números reais.	Domínio em relação à disposição em ordem crescente na reta numerada.
9-Interpretação de texto. Análise de gráfico	A maioria não domina análise de gráficos: leitura e interpretação.
10- Valor posicional: SND	A maioria confunde valor posicional do algarismo dentro de um número.
11--Conjuntos Numéricos: relação de inclusão	A maioria confundiu e repetiu os elementos dentro dos diferentes conjuntos numéricos.
12- SND. Material dourado	Estudantes possuem familiaridade com as representações da base 10 através do material dourado.

## ANEXO A – Parecer consubstanciado do CEP

UNIVERSIDADE DE  
SOROCABA



### PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

#### DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

**Título da Pesquisa:** ENSINO E APRENDIZAGEM DO SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL: ABORDAGEM E TRATAMENTO NA ESCOLA.

**Pesquisador:** Mônica de Oliveira Pinheiro da Silva

**Área Temática:**

**Versão:** 3

**CAAE:** 68899417.3.0000.5500

**Instituição Proponente:** Universidade de Sorocaba - UNISO

**Patrocinador Principal:** Financiamento Próprio

#### DADOS DO PARECER

**Número do Parecer:** 2.330.633

#### Apresentação do Projeto:

Projeto de pesquisa do Programa de Doutorado da Universidade de Sorocaba, o presente trabalho visa realizar um estudo sobre o tratamento das dificuldades de ensino-aprendizagem do conceito de Sistema de Numeração Decimal e propor alternativas para minimiza-las. Estas alternativas envolvem a integração do pesquisador com professores de matemática do 2o, 5o, 7o e 9o anos do Ensino Fundamental de escolas Municipais de Sorocaba. A pesquisa de abordagem qualitativa, fará uso da autoscopia (videogravação de uma prática), nas intervenções juntos a 15 professores. Ao final das intervenções, serão propostas atividades com diferentes abordagens acerca do Sistema de Numeração Decimal.

#### Objetivo da Pesquisa:

Objetivo Primário

A partir do entendimento da importância atribuída ao professor nas relações de ensino e aprendizagem do SND e sua postura mediante as dificuldades apresentadas pelos estudantes nas diferentes series do Ensino Fundamental, desenvolver uma proposta de trabalho com temas subjacentes ao SND visando nortear as ações metodológicas dos professores nestes momentos de dificuldades de aprendizagens.

**Endereço:** Rodovia Raposo Tavares, km 92,5  
**Bairro:** Vila Artura **CEP:** 18.023-000  
**UF:** SP **Município:** SOROCABA  
**Telefone:** (15)2101-7101 **Fax:** (15)2101-7073 **E-mail:** cep@uniso.br

